

LA FORMACIÓ DEL PROFESSORAT DE MATEMÀTIQUES: D'INFANTIL A LA UNIVERSITAT

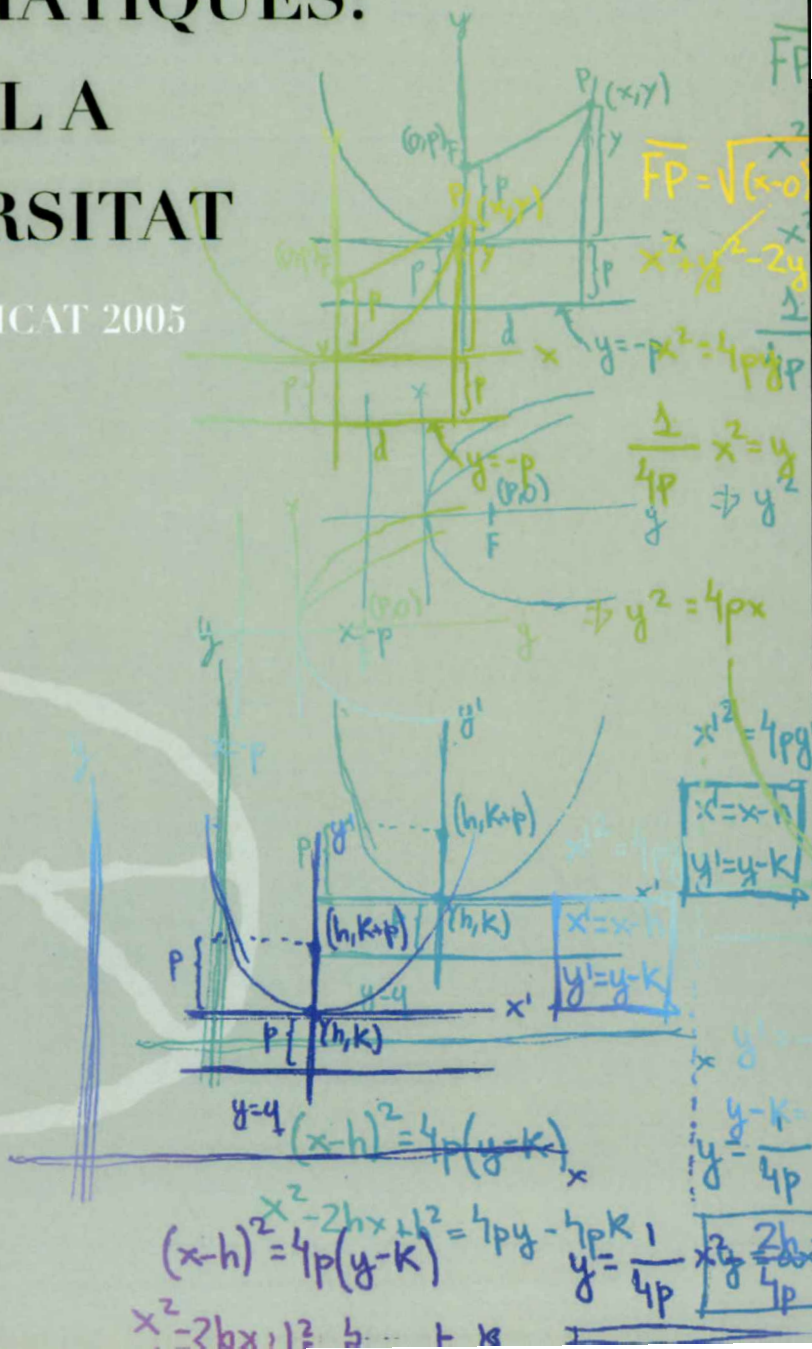
Trobada SCM-FEEMCAT 2005

Editors:

Carles Casacuberta

Jordi Deulofeu

Pilar Royo





La formació del professorat de matemàtiques: d'infantil a la universitat

Trobada SCM-FEEMCAT 2005

Editors:

Carles Casacuberta
Universitat de Barcelona

Jordi Deulofeu
Universitat Autònoma de Barcelona

Pilar Royo
IES Montilivi, Girona

Entitats col·laboradores:

Institut d'Estudis Catalans
Departament d'Educació, Generalitat de Catalunya

This One



KSXG-GPJ-ORBE

© dels autors de les ponències
© Societat Catalana de Matemàtiques,
filial de l'Institut d'Estudis Catalans, per a aquesta edició
Carrer del Carme, 47. 08001 Barcelona

Primera edició: juliol de 2006
Tiratge: 200 exemplars

Impress per fotocomposició gama, s. l.
Carrer d'Aristides Maillol, 9-11. 08028 Barcelona

ISBN: 84-7283-854-4
Dipòsit Legal: B. 38296-2006

Són rigorosament prohibides, sense l'autorització escrita dels titulars del *copyright*, la reproducció total o parcial d'aquesta obra per qualsevol procediment i suport, incloent-hi la reprografia i el tractament informàtic, la distribució d'exemplars mitjançant lloguer o préstec comercial, la inclusió total o parcial en bases de dades i la consulta a través de xarxa telemàtica o d'Internet. Les infraccions d'aquests drets estan sotmeses a les sancions establertes per les lleis.

Índex

Pròleg	v
Anton Aubanell, Antoni Benseny i Joan Carles Naranjo <i>La formació del professorat des del punt de vista de la facultat</i>	1
Carme Burgués Flamarich <i>La formació del professorat de secundària (inicial i permanent)</i>	13
Maria Antònia Canals <i>Formació matemàtica a infantil i primària, avui</i>	17
Mequè Edo i Basté <i>Educació matemàtica versus instrucció matemàtica</i>	23
Joan Gómez i Urgellés <i>Una mirada, una reflexió i un repte: visió des de la universitat</i>	45
Montserrat Torra Bitlloch <i>Canvis imprescindibles en la formació del professorat</i>	65
Sebastià Xambó <i>Cap a l'espai europeu d'educació superior en matemàtiques</i>	83
Taula rodona	89



La professora Maria Antònia Canals durant el seu parlament



Inici de la presentació del professor Sebastià Xambó

Pròleg

Els importants canvis que s'estan produint a l'espai europeu d'educació superior i les preocupacions generades al voltant d'aquests canvis han fet que esdevingui necessari anar trobant espais on la comunitat matemàtica catalana pugui intercanviar i debatre opinions sobre el tema de la formació del professorat de tots els nivells educatius i des de qualsevol àmbit docent de les matemàtiques.

Aquest va ser precisament el tema escollit pels organitzadors de la tercera trobada conjunta de la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM) i la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya (FEEMCAT), que va tenir lloc el dia 8 d'octubre de 2005 a l'Institut d'Estudis Catalans.

El primer objectiu d'aquesta trobada era, doncs, promoure la participació conjunta de professionals de totes les etapes educatives interessats a expressar les seves idees sobre la formació del professorat. Per tal d'afavorir aquesta participació, es van programar dues conferències plenàries, que van impartir els professors Maria Antònia Canals (*Formació matemàtica a infantil i primària, avui*) i Sebastià Xambó (*Cap a l'espai europeu d'educació superior en matemàtiques*), i a continuació van fer-se dues sessions paral·leles adreçades a etapes educatives diferents al llarg del matí.

La taula rodona que es va organitzar a la tarda tenia el mateix títol que la Trobada: *La formació del professorat de matemàtiques: d'infantil a la universitat*.

Va ser preparada i dirigida pel professor Jordi Deulofeu, de la Universitat Autònoma de Barcelona. Les intervencions dels ponents i dels assistents van posar de manifest les diferents visions que conviuen en aquests moments en l'àmbit de la formació del professorat i que sovint són font de discussió entre els diferents agents que hi intervenen.

L'estructura de la Trobada havia estat inicialment dibuixada pel comitè d'ensenyament de la SCM, que també incloïa representants de la FEEMCAT. Aquest comitè va recomanar que, per tal de recollir opinions i contribucions d'un col·lectiu ampli de persones interessades, s'obris un portal electrònic, accessible des dels webs de la FEEMCAT i de la SCM, on es poguessin enviar col·laboracions de qualsevol caire. Els professors Victòria Oliu, de l'IES La Bisbal, i Carles Romero, de l'IES Manuel Blancafort de La Garriga, van encarregar-se de la creació i la gestió d'aquest portal electrònic, que roman obert a l'adreça <http://147.83.52.47/smf>. Un dels objectius d'aquest espai virtual era utilitzar les aportacions com a material de debat a la taula rodona de la Trobada.

Els organitzadors de la Trobada (Lluís Bibiloni, Carles Casacuberta, Sílvia Margelí, Carles Romero i Pilar Royo) consideren que la iniciativa del fòrum electrònic va ser útil i que convé repetir-la en properes activitats. S'hi van presentar diversos documents i cinc articles que aprofundien en el tema de la formació del professorat. Aquests articles havien estat encarregats per l'editor en cap de la revista SCM/Notícies, Enric Ventura, i es van incloure en el número 21 d'aquesta publicació. Són els següents:

1. Lluís Bibiloni, Jordi Deulofeu i Xavier Valls (Facultat de Ciències de l'Educació, Universitat Autònoma de Barcelona)
Sobre la formació inicial del professorat de secundària
2. Marianna Bosch (Universitat Ramon Llull) i Josep Gascón (Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona)
El tractament integrat de la formació del professorat de matemàtiques

3. Joaquim Giménez Rodríguez (Facultat de Formació del Professorat, Universitat de Barcelona)
Formació matemàtica a secundària: qualitat i especialització
4. Josep Pla i Carrera (Facultat de Matemàtiques, Universitat de Barcelona)
Opinions d'un professor de matemàtiques de la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona
5. Josep Sales Rufí (IES Lluch i Rafecas, Vilanova i la Geltrú)
Sobre la formació inicial del professorat de secundària

Després de la Trobada i de la reflexió conjunta que va afavorir, el debat i la feina han de continuar amb les aportacions que tot el professorat vagi fent en l'àmbit professional de cadascú. Els organitzadors esperen haver propiciat, a més d'una reflexió profunda, que l'opinió experta de la comunitat matemàtica pugui influir en les decisions de les autoritats educatives.

Carles Casacuberta
Jordi Deulofeu
Pilar Royo

La formació del professorat des del punt de vista de la facultat

Anton Aubanell, Antoni Benseny i Joan Carles Naranjo
Universitat de Barcelona

La invitació a participar en aquesta trobada ens va arribar del nostre degà, Joaquim M. Ortega, en el sentit d'explicar què fa la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona de cara a la formació del professorat de matemàtiques de secundària. Desitgem, però, deixar clar que les idees que aquí exposem només representen les nostres opinions, donat que la Facultat és un organisme molt complex i divers, la representació de la qual ens depassa. Tanmateix, hi ha altres persones a la Facultat que han mostrat també interès pel tema i l'han mostrat les diverses vegades que s'ha tractat. Cal esmentar la tasca tenaç de Josep Pla, que ha tirat endavant diverses iniciatives en aquest camp i que ha coordinat un grup de treball per elaborar una proposta de màster. Hi ha, però, una persona que mereix un record molt especial en aquest sentit: Pere Mumbrú, professor primer de l'Escola Normal i després de la nostra facultat. De ben segur, en Pere hauria estat amb nosaltres en aquesta presentació, pel seu coneixement i pel seu interès en el tema. Volem recordar-lo treballant fins al darrer moment, amb la seva manera de fer acurada, sensible, intel·ligent, sempre amb senzillesa i amb moltes ganes de col·laborar en la docència, la recerca i la difusió de les matemàtiques, així com en les tasques sovint desagrades d'organització del Departament i de la Facultat.

INTRODUCCIÓ

En la línia d'altres intervencions en aquesta Trobada, entenem que la convergència a l'espai europeu d'ensenyament superior obre un marc que permetrà la configuració de nous plans d'estudis dels ensenyaments de grau i de màster. Es tracta d'una realitat a la qual ens haurem d'adaptar, però sobretot es tracta d'una magnífica oportunitat de canvi.

És com si arribés el moment de reunir-nos tots a la plaça del poble per dialogar, els del poble i els dels pobles veïns, per tal d'expressar punts de vista diversos i trobar camins de coincidència. No sabem si les idees dels que hi venim seran escoltades per les autoritats o no ho seran, però no podem deixar de venir i dir-hi la nostra. Trigarem molts anys a tenir una altra oportunitat com aquesta de posar plegats les bases del que ha de ser la futura formació inicial i continuada del professorat de matemàtiques. Ens hi juguem molt!

Centrarem l'atenció en el professorat de secundària, perquè és el camp on estem més implicats. Reconeixem, amb molt de respecte, la gran tasca que es fa a primària en posar les bases matemàtiques, i ressaltem la cura que caldria esmerçar en la formació matemàtica del professorat de primària.

Ens agradaria descriure les característiques que creiem que distingeixen el professorat de matemàtiques de secundària i indicar el camí que creiem idoni per a preparar-lo adequadament, tot intentant respondre a tres preguntes:

- Quins tipus de coneixements, procediments i actituds li hauria d'aportar la seva formació inicial?
- Com se li hauria de preparar el camí per tal que pogués adquirir-los adequadament?
- Com hi hauríem d'intervenir els diversos agents?

Pensem que la preparació inicial del professorat s'hauria de sostenir sobre tres pilars: la formació matemàtica, la formació docent i la formació pràctica. Intentarem expressar de forma concisa a què ens referim en cada cas i farem algunes propostes.

FORMACIÓ MATEMÀTICA

Els professors de matemàtiques de secundària haurien d'adquirir una preparació sòlida en matemàtiques. Tanmateix, aquesta formació hauria de ser força extensiva, per tal que abracés les diverses matèries de l'ensenyament i les seves interconnexions. Si comparem el coneixement de les matemàtiques amb el coneixement de la geografia d'un territori, haurem de reconèixer que, a vegades, s'ha centrat la formació matemàtica en zones molt petites, analitzant-ne tots els detalls, aprofundint fins i tot en la geologia del terreny que ens apropa als fonaments més profunds sobre els quals se sosté. En el cas de la formació d'un futur professor, probablement caldrà augmentar l'extensió de la zona d'estudi, contemplant paisatges més amplis i tal volta més verds i assolellats fins a endinsar-nos en les comarques veïnes, tot cercant l'aplicació interdisciplinària o els aspectes més vinculats a l'entorn cultural.

Les matemàtiques es fan servir en molts altres camps del coneixement i juguen un paper instrumental de gran importància. És per això que convé que el professorat conegui també la seva aplicació en àmbits com la física, l'economia, la biologia, la sociologia, l'enginyeria, etc. La formació matemàtica del professorat hauria d'anar més lluny i donar també una visió de les matemàtiques i de les seves aplicacions, mirant al passat, al present i al futur. S'ha de destacar la importància del coneixement històric de l'evolució del pensament matemàtic, de copsar el moment actual d'estudi i d'utilització de les matemàtiques i albirar els camps de recerca activa que obriran les portes a les matemàtiques del demà. Aquesta formació, generalista i sòlida, faria que els futurs professors i professores anessin adquirint una cultura matemàtica que els permetés ensenyar a veure el món amb ulls matemàtics.

Convé fer èmfasi en el fet que el coneixement matemàtic que ha d'estar en el nucli de la formació del professorat no és només de continguts sinó també de procediments, de maneres de fer. El matemàtic ha de saber fer a més de conèixer; ha de saber comprendre i resoldre, amb creativitat si cal, qüestions i problemes de diversos tipus, dificultats i naturalesa. Per això, ha de disposar d'eines matemàtiques (analítiques, algebraïques, geomètriques, topològiques, estadístiques...), informàtiques (d'usuari, programació numèrica, gràfics...), de representació, de recerca, etc. En paraules de George Pólya,

El nostre coneixement sobre qualsevol tema està format per informació i saber fer. Saber fer és l'habilitat per utilitzar informació; naturalment no hi ha saber fer sense un xic de pensament independent, originalitat i creativitat. Saber fer en matemàtiques consisteix en la traça per fer problemes, per trobar proves, per criticar arguments, per utilitzar el llenguatge matemàtic amb una certa fluïdesa, per reconèixer conceptes matemàtics en situacions concretes.

Tothom està d'acord que, en matemàtiques, el saber fer és més important, o fins i tot molt més important, que la simple possessió de la informació. Tothom està d'acord que a l'escola secundària s'ha de donar als alumnes no solament continguts en matemàtiques sinó saber fer, independència, originalitat, creativitat. Però gairebé ningú no demana aquestes boniques coses per al mestre de matemàtiques — no és curiós?

Allò que veritablement distingeix els matemàtics — i que també aportaran a l'educació secundària — són les seves actituds matemàtiques, les maneres que tenen de comprendre i de fer: la utilització del raonament i de la intuïció per a resoldre problemes, l'ús del rigor en el discurs deductiu, la comprensió reflexiva dels algorismes, la bona estructuració de les idees, l'abstracció de conceptes, el pensament crític, la valoració de la dedicació i de l'esforç. Aquestes actituds no s'expliquen; es veuen, es viuen i s'adquireixen en l'estudi de les matemàtiques: aquella passió per entendre-les i explicar-les, aquell gust en la resolució de problemes, aquella satisfacció que dóna la idea feliç que sorgeix tan rarament...

Claudi Alsina diu que la matemàtica se sent, no només s'entén. S'oblidaran els continguts concrets, però tot això quedarà. Per això, creiem que la formació matemàtica inicial del professorat de secundària s'hauria d'adquirir en els ensenyaments de grau en matemàtiques. Aquests ensenyaments són la *casa comuna* dels matemàtics universitaris, dels matemàtics de les empreses, del professorat de matemàtiques. Aquest professorat ha de sentir que forma part del que a vegades s'anomena la *comunitat matemàtica*.

FORMACIÓ DOCENT

La formació matemàtica en la formació integral del professorat de matemàtiques de secundària és una condició necessària, molt necessària, però no suficient. El professorat de matemàtiques de secundària requereix altres tipus de coneixements per tal de poder ensenyar els continguts matemàtics i de relacionar-los amb altres disciplines i amb la vida quotidiana. No només cal conèixer el missatge que es transmet, sinó també les condicions de la transmissió. D'una banda, el professorat de matemàtiques de secundària hauria de conèixer el marc normatiu de l'ensenyament secundari i, en concret, el de matemàtiques. D'altra banda, aquesta formació hauria d'incloure recursos didàctics generals (eines de comunicació, aspectes d'organització del treball, instruments per al seguiment de l'aprenentatge, etc.) i específics de matemàtiques (resolució de problemes, ús de les TIC, materials docents, experimentació matemàtica en tallers, utilització de jocs matemàtics, etc.).

Molts hem tirat endavant en la nostra tasca professional sense aquesta formació, procurant de treure suc de les actituds naturals i de la bona voluntat. No és un camí fàcil. Hem après a donar classes aplicant mètodes d'assaig i error, a base d'anar topant amb la realitat i aprenent de l'experiència. Sense aquesta formació docent que li porti criteris i eines noves, és difícil evitar la tendència del professorat novell a reproduir els models que havia gaudit o havia patit.

En aquest bloc cal assenyalar que el professorat de secundària necessita conèixer la personalitat de l'alumnat que té al davant per tal de crear dinàmiques propícies a la tasca d'ensenyament/aprenentatge i entendre'l en la vessant més humana de les emocions, els desigs, els valors, els èxits i els fracassos. D'això també depèn l'eficàcia de la seva tasca. Sovint, el bon ofici i la sensibilitat personal del professorat li permeten atendre adequadament aquests aspectes; però sembla assenyat pensar que haurien de tenir una certa presència en la seva formació inicial amb un caràcter marcadament pràctic i integrat en els aspectes didàctics. No creiem interessant una formació psicopedagògica massa exhaustiva o teòrica i pensem que tampoc no despertaria massa l'interès de l'alumnat; ans al contrari, hauria d'estar basada en la forma de resolució de casos i situacions concretes, com els que es troba el professorat de secundària més o menys diàriament a cada centre.

El binomi formació matemàtica - formació docent respon a la conjugació de dues idees: no n'hi ha prou amb saber matemàtiques per explicar-les bé, i no es poden explicar bé les matemàtiques sense un bon coneixement. La combinació adequada d'aquests aspectes és la base que permet que el professorat de matemàtiques se senti segur i còmode a la classe: domina la matèria; empra eines didàctiques adequades; té la flexibilitat necessària per entendre i valorar camins alternatius de resolució de problemes i per comprendre enfocaments diferents del seu; fa connexions amb situacions quotidianes... En definitiva, té recursos i això ho percep l'alumnat.

La formació docent s'hauria d'iniciar en els ensenyaments de grau en matemàtiques, potser amb assignatures optatives i de lliure elecció. D'una banda, es començarien a satisfer les expectatives de l'alumnat interessat des d'un primer moment en els aspectes docents de les matemàtiques i, d'altra banda, aquest alumnat podria començar a configurar el seu itinerari dirigint-lo cap a un *perfil docent* dins del mateix ensenyament. La formació didàctica del professorat de secundària s'hauria de continuar en un màster específic de Formació del professorat de matemàtiques on, amb la col·laboració dels departaments de matemàtiques i de didàctica, es tractessin tant els aspectes matemàtics com els aspectes docents.

FORMACIÓ PRÀCTICA

Considerem la formació pràctica en els centres de secundària com el toc de gràcia de tot el procés de formació inicial. L'ensenyament de les matemàtiques és una tasca complexa que va més enllà dels coneixements teòrics rebuts i que no s'acaba de copsar fins que no es posen en pràctica. No és suficient disposar d'una formació matemàtica i d'una formació docent sòlides. Cal donar vida a aquests coneixements tot apropant-los a la realitat escolar on hauran d'exercir-se. Molts aspectes de la professió docent s'aprenen «per contagi», des de la pràctica reflexiva i guiada per professionals experts. És per això que els departaments de matemàtiques dels centres de secundària haurien de ser els actors principals en aquesta última fase de la formació inicial. El professorat de matemàtiques dels centres, bregat en l'experiència de cada dia, hauria de guiar el professorat novell per tal d'encaminar adequadament la seva formació en aquest moment clau, tot procurant que no li resulti traumàtica, sinó plaent i ben fecunda.

En aquest darrer tram de la formació inicial hi haurien d'intervenir els departaments universitaris de matemàtiques, els departaments de didàctica i els departaments de matemàtiques dels centres de secundària. Una manera d'assegurar el seguiment de la formació per part dels tres agents implicats és que tots participin activament en la formulació, posada en marxa i seguiment del màster de Formació del professorat de matemàtiques. Tanmateix, el professorat de secundària expert que hi participa no hauria de ser només un receptor, sinó que hauria de jugar un paper imprescindible de retroalimentació de l'acció dels altres dos agents, cridant l'atenció sobre les necessitats o les mancances dels programes de formació i participant també activament en el seguiment de tot el procés. La bona entesa dels tres agents permetria establir una cultura d'avaluació continuada en el propi model de formació inicial que donaria lloc a dinàmiques de reajustament àgils i enriquidores per al sistema.

FORMACIÓ CONTINUADA

En els apartats anteriors hem descrit un possible model de formació inicial. Tanmateix, però, quedaria incomplet si no féssim alguna observació respecte a la formació continuada. En una societat dinàmica que fa del canvi una de les seves característiques, l'escola també canvia –canvien els problemes, canvien els mitjans, canvien els perfils dels alumnes, canvien els currículums...– i la renovació professional del professorat esdevé una necessitat permanent. Les facultats que varen formar aquest professorat han d'implicar-se de manera més decidida en acompanyar-lo al llarg de la seva trajectòria professional. Pensem, doncs, que les facultats que imparteixen matemàtiques haurien d'apostar clarament per activar el contacte permanent amb el professorat de secundària a diversos nivells:

- Oferta de cursos específics de formació continuada en matemàtiques del professorat de secundària, estructurats dins del màster de formació o no.
- Organització d'activitats per a l'alumnat de secundària (divulgatives, lúdiques, de suport, etc.).
- Acolliment de grups de treball o de seguiment.
- Trobades de la universitat amb els centres de secundària.

Caldrà molta imaginació en les iniciatives, flexibilitat en els mitjans i constància en el temps per anar establint i consolidant aquest tipus d'activitats i altres de similars. Tanmateix, les facultats han de ser una mica *alma mater* permanent dels professionals que en surten.

ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES A LA UB

L'ensenyament de matemàtiques actual de la Universitat de Barcelona es regeix pel pla d'estudis de 1992. Pretén donar una formació sòlida i generalista en matemàtiques. Hi ha un tronc comú de 202,5 crèdits (en 21 assignatures), un bloc optatiu de 67,5 crèdits que es pot escollir d'entre una gran quantitat d'assignatures i un bloc de lliure elecció de 30 crèdits.

L'alumnat pot escollir, entre d'altres, assignatures optatives dels tipus següents:

- De caire marcadament didàctic:
 - Didàctica de les matemàtiques.
- De caire històric, molt adients en la formació del professorat de secundària:
 - Història de les matemàtiques I i II.
 - Els nombres, una aproximació a la història de les matemàtiques.
- De caire proper a l'ensenyament de les matemàtiques, amb assignatures que no pretenen una especialització en matemàtiques, sinó formar en temes i tècniques que poden ser d'utilitat al professorat:
 - Aritmètica.
 - Complements de geometria projectiva.
 - Geometria de la visió per ordinador.
 - Geometria elemental.
 - Iniciació a l'astronomia.
 - Introducció a la teoria de grafs.
 - *Software* gràfic.

La convergència a l'espai europeu hauria de permetre reestructurar aquesta oferta per tal que respongués adequadament, d'una banda, a la necessitat social d'un professorat de qualitat i, d'altra banda, a la demanda creixent

de l'alumnat que vol dedicar-se a l'ensenyament de les matemàtiques i que reclama una preparació adient. Tot i que sap que hi té un paper predominant, la Facultat no ho pot fer sola i haurà d'obrir-se a la cooperació amb els departaments de didàctica i amb els centres d'ensenyament secundari per tal de poder satisfer adequadament aquesta demanda. En aquesta línia, la nostra facultat ha començat a fer algunes accions. N'assenyalarem tres:

- S'ha iniciat una col·laboració amb el Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica, que ofereix una assignatura de lliure elecció: Apreneatgè matemàtic i educació secundària.
- S'ha cooperat en un estudi sobre la transició del batxillerat a la universitat pel que fa a matemàtiques.
- Des de fa anys es procura crear ocasions per obrir les portes de la Facultat als centres de secundària: Matefest/Infifest, xerrades-taller, accions de suport als treballs de recerca de batxillerat, etc.

Ens consta que les altres facultats de matemàtiques porten a terme accions similars d'apropament entre els diversos agents i estem segurs que això ajudarà a anar configurant una cultura de col·laboració que pot donar bons fruits.

PROPOSTES DE DIÀLEG

Creiem que les facultats que imparteixen estudis de matemàtiques s'haurien de prendre molt seriosament la formació del professorat de secundària de matemàtiques, amb les accions següents:

- Articulant els futurs plans d'estudis europeus d'una altra manera, trencant els esquemes actuals encaminats gairebé exclusivament a un «itinerari» acadèmic que porta al doctorat o a les aplicacions de les matemàtiques, i «algunes assignatures de caire didàctic». El Llibre blanc dels estudis de matemàtiques proposa un marc que permet incloure perfils docents. S'hauria d'aprofitar.

- Fomentant el diàleg i la col·laboració entre els tres agents esmentats.
- Participant activament en les iniciatives de planificació de màsters de formació inicial del professorat de matemàtiques de secundària.
- Augmentant, si cal, les activitats adreçades a l'alumnat de secundària.
- Activant la seva presència en la formació continuada del professorat de secundària.
- Fomentant el diàleg i la col·laboració entre facultats.

Tot i que s'ha recorregut un cert camí i que s'han dedicat molts esforços a la millora dels nostres ensenyaments de matemàtiques, no podem deixar passar l'oportunitat que ens ofereix l'espai europeu d'ensenyament superior per adequar-nos, per ser capaços entre tots d'arribar a acords i posar en marxa les idees que vagin sorgint. Estem encara en el moment del diàleg i no el podem deixar passar!

aubanell@mat.ub.es
antoni.benseny@ub.edu
jcnaranjo@ub.edu

La formació del professorat de secundària (inicial i permanent)

Carme Burgués Flamarich
Universitat de Barcelona

La formació del professorat de secundària de matemàtiques és un tema que preocupa a la comunitat d'educadors matemàtics, però que no sembla amoïnar gens a les administracions implicades. Ni l'administració estatal ni l'autonòmica, tant en Universitats com en Educació, no es mostren disposades a emprendre accions transcendents i efectives en aquest assumpte. Des de fa mesos i davant de la inactivitat de les administracions, les associacions de professors de tota Espanya estan mirant de treballar i discutir en torn d'aquest tema per poder oferir posicions consensuades i progressistes a les administracions implicades.

Com tot el que té a veure amb la formació del professorat, la complexitat aconsella modèstia. En aquest sentit, voldria fer algunes aportacions al tema que es debat en aquesta trobada d'ensenyament de les matemàtiques, dedicada a la formació del professorat de matemàtiques.

Començaré amb la formació inicial. Per poder ensenyar matemàtiques als alumnes de secundària, cal saber-ne; això no es posa en dubte. Però, què vol dir saber-ne en aquest context? Podem assumir que un llicenciat en matemàtiques ja en sap quan acaba la carrera? I un llicenciat en biologia, en

física, en química, en empresarials o en informàtica? La resposta és que, tot i que potser sap moltes matemàtiques a un nivell molt profund, segurament no coneix amb profunditat les matemàtiques que formen part del currículum de secundària. El que vull dir és que segurament desconeix aspectes matemàtics que són necessaris per a ensenyar-les, com les connexions entre els temes, les diverses representacions dels conceptes i les relacions, els contextos d'aplicació, les significacions atribuïbles als conceptes, etc.; i sense tot això no és possible facilitar l'aprenentatge als alumnes.

Hi ha recerques que han mostrat que un millor nivell en coneixements matemàtics (com els donats per les llicenciatures) no assegura una millor docència. També hi ha moltes experiències que porten a pensar que durant l'exercici de la docència no sempre s'aprenen aquestes matemàtiques necessàries per a ensenyar. Cal molt de temps i molta intencionalitat per part del docent per tal d'afegir a les tasques docents aquesta mena d'aprenentatges matemàtics. Així doncs, el futur docent –educador matemàtic– precisa d'una formació específica en matemàtiques per a l'ensenyament.

També cal una preparació didàctica específica que asseguri prou coneixement de com s'aprenen matemàtiques, sobre l'ensenyament, sobre desenvolupament curricular, sobre com avaluar i detectar dificultats d'aprenentatge, sobre com atendre diversos nivells d'aprenentatge o altres diversitats.

La implicació professional no és només qüestió de vocació. Per a treballar en el món escolar, cal tenir en compte que no s'està aïllat i que els aprenents tampoc no han d'aprendre en compartiments tancats. La interdisciplinarietat és més que un assumpte de *divertimento*. Les connexions entre disciplines són necessàries per a una major comprensió del món. El treball en equip en el centre escolar implica un compromís en la direcció d'uns objectius comuns i permet la col·laboració i l'aprenentatge del docent. En molts casos, la col·laboració facilita la innovació i la recerca educativa.

On s'ha d'impartir aquesta preparació? La resposta és la col·laboració entre els centres que puguin i vulguin fer-ho. Ara per ara, les facultats de matemàtiques i els departaments de didàctica de les matemàtiques sembla que són en el bon camí per a assumir el repte. Però hi ha un aspecte més important que l'on, i és el *què*. Hauríem de poder formar d'una manera especialitzada i integrant-ho tot. Vull dir: psicologia, però de l'aprenentatge matemàtic; organització, però de l'aula de matemàtiques; gestió de classe de matemàtiques; interdisciplinarietat a classe de matemàtiques... És a dir, després d'alguns continguts (pocs) genèrics de psicologia, didàctica, TICS, etc., la resta s'hauria d'integrar en l'especialització didàctica matemàtica.

I què es pot dir de l'anomenada formació permanent? Podria ser que el menyspreu continuat per la formació inicial hagués portat molts docents a creure que tampoc no necessitaven formar-se després? Si no cal formar-se per a començar, donat que ja n'hi ha prou amb el que sabem després de la llicenciatura, per què fer-ho després, amb l'experiència que hem acumulat?

Sort que el contacte amb la realitat fa que molts docents a secundària prenguin decisions per compartir i reflexionar sobre les seves experiències d'ensenyament. Així doncs, es troben en jornades i en grups de treball per tal d'avançar en el coneixement per a ensenyar matemàtiques.

En lloc de formació permanent, jo en diria formació *sempre*. Algunes de les propostes que faria estarien en la línia de grups de treball de centre o intercentres i en trobades periòdiques, com jornades i congressos on compartir i discutir propostes i reflexions.

Crec, sincerament, que ja no hem de fer cursos. La meva experiència de molts anys de fer-ne m'ha fet veure que no són el model més útil per a una formació en profunditat, que és el que precisem. Tampoc no calen gaires seminaris on, igualment, el protagonisme no és compartit per igual entre els participants. Potser només serien convenients en el cas de professors novells o per a alguns temes nous.

Estic segura que l'aprenentatge necessita reflexió: només amb l'acumulació d'experiència no n'hi ha prou, si no es reflexiona seriosament sobre ella. Això és possible fer-ho en grups de treball més que en cursos. Cal destacar que, en els grups, la direcció és de tots els membres (o hauria de ser-ho), fent que tothom se senti responsable dels objectius del grup.

Per acabar, vull dir que sóc conscient de la complexa situació que viuen els centres de secundària en l'actualitat. Precisament per aquest motiu és tan urgent que compartim coneixement i reflexions, arribant a propostes de formació sensates, serioses i atractives.

cburgues@ub.edu

Formació matemàtica a infantil i primària, avui

Maria Antònia Canals
Universitat de Girona

INTRODUCCIÓ

Agraeixo aquesta ocasió, que m'ha obligat a reflexionar sobre el que faig i com ho faig, i m'encanta compartir-ho amb vosaltres.

Quan ensenyem les matemàtiques, tenim problemes. Per a mi el problema més gros és:

- *Per què els nens perden interès?*

És un problema no pas de continguts, sinó sobre tot d'actitud. Tota la meua vida professional m'he dedicat (a més de les classes amb nens o amb joves) a la formació de mestres, i ara he arribat al mateix punt:

- *Per què els mestres perden interès per les matemàtiques?*
- *Per què tinc la percepció que es refreden?*

El que diré en el curt temps de què dispenso intentarà ser una anàlisi i un parell d'opinions, completament subjectives, per tal de trobar resposta a aquesta difícil pregunta.

Crec que, en aquest moment, tots aquells que ens dediquem a la formació dels ensenyants, en un nivell o en un altre, hem de revisar seriosament la nostra actuació; no pas perquè pensem que nosaltres tenim la culpa d'aquest estat de coses, sinó perquè el que és segur és que nosaltres, per poder aspirar a un mínim de resultats, tenim la responsabilitat de fer la nostra tasca tenint molt en compte la situació real.

Dividiré aquesta reflexió en dues parts.

I. QUÈ ESTÀ PASSANT A INFANTIL I A PRIMÀRIA?

Hi ha una gran quantitat de factors que pesen damunt dels mestres i que penso que influeixen en la seva actitud respecte a la formació en general i, en particular, respecte a la formació en matemàtiques.

Factors externs:

- L'opinió general de la societat respecte a les matemàtiques.
- El paper dels mitjans de comunicació, l'informe PISA, etc.
- La tendència a la comoditat, a apreciar només allò que té una aplicació immediata. El rebuig de l'esforç.
- La pressió de les editorials, l'objectiu de les quals, naturalment, no és pedagògic sinó comercial. La regulació dels llibres, de qui és?
- Falta de coordinació entre els estaments de govern que tenen cura de l'ensenyament al país:
 - relació entre els currículums i els continguts dels llibres de text;
 - relació entre la formació oficial i el que demanen els inspectors;
 - relació entre la formació inicial i les expectatives de l'escola;
 - relació entre les titulacions assolides i els llocs de treball a l'escola;
 - relació entre les necessitats de l'escola i aquells que les han de cobrir.

Tot això pesa sobre els mestres, que són els destinataris de la nostra formació.

Factors interns, propis del món de l'ensenyament:

- Diversificació (excessiva?) dels camps de l'educació.
- Dicotomia falsa entre ensenyar matemàtiques i educar. Falsa, perquè eduquem quan treballem a fons cadascun dels coneixements, de forma personalitzada. Les matemàtiques són fonamentals per a la persona; els nens i les nenes són persones.
- Separació entre fer matemàtiques i altres matèries. Això, en bona part, és culpa nostra.
- Ignorància de bones metodologies.
- Ignorància de continguts, o sigui falta de preparació matemàtica.
- Dificultats pròpies del treball en equip, absolutament necessari.

Tot això desorienta els mestres i els fa sentir impotents; les matemàtiques els queden llunyanes i a vegades els fan por.

Hem de vigilar. A vegades tinc la impressió que molts mestres –gràcies a Déu no tots; conec molts bons mestres, però parlo d'una majoria– van tenint cada dia més un esperit de funcionari. Ull! Seria terrible.

Funcionari: ho té tot previst (programa, recursos); pensa que la responsabilitat és del Govern, que ell només ho aplica. Això mata la vertadera educació!

Professional: domina el seu camp; escolta una petició i busca, inventa, prova com ho resoldrà, observa, corregeix... com un metge davant d'un malalt.

El resultat actual és, per a molts mestres:

- Tendència a l'immobilisme (no canviar res és més fàcil).
- Tendència a reproduir models de l'aprenentatge sofert; potser natural, però segur que excessiva, sobretot en una societat moderna.
- Demanda de mitjans cada vegada més fàcils (horari de formació...).
- Desconeixement dels continguts reals de la LOGSE; per exemple, d'allò que se'ns demana o se'ns pot demanar.
- I, com a resultat, una notable falta de responsabilitat envers allò que els nens i les nenes tenen dret a esperar de nosaltres.

Davant de tot això, jo tinc la sensació que *no ens en sortim!*

Però queda per analitzar la segona part d'aquesta reflexió:

II. QUÈ NECESSITEN ELS NOSTRES MESTRES? QUÈ HA DE DONAR-LOS LA FORMACIÓ?

Tornem a la comparació de la formació de mestres amb l'educació dels nostres alumnes. Nosaltres també hem hagut d'anar aprenent, amb la nostra experiència, que educar no és transmetre coneixements o informació, ni explicar teories; és a dir, no és «ensenyar», sinó fer possible que altres aprenguin. Resumint, podríem dir que es tracta de *capacitar*.

Igualment, la formació dels mestres no ha de ser donar-los receptes, transmetre recursos didàctics, preparar-los el programa, el camí, les avaluacions... Ni tan sols ajudar-los que ho preparin.

Es tracta de fer possible que ells es capacitin. I quines són les capacitats que haurien de desenvolupar, les que realment necessitaran per a ser uns bons mestres, i en el nostre cas per a ser uns bons educadors matemàtics?

Trets essencials dels mestres

Per definir-les tornem a la idea de com ha de ser un bon professional (l'exemple del bon metge). Només se n'aprèn amb el mètode heurístic. És allò que diem quan parlem de la resolució de problemes.

- Un bagatge científic, que és la base per a poder actuar. Molts mestres diuen que no saben matemàtiques. El que els cal és una visió general on s'emmarquin les seves experiències concretes.
- Capacitat d'observar cada nen com és i la seva situació. Hauríem de concretar-la en els continguts específics.
- Saber reaccionar amb interès per cada cas (*per què aquest diu això?*).
- Imaginar (inventar) una solució personal.
- Provar-la, observar què passa, rectificar... (*si no m'entén d'una manera, en busco una altra*). Saber que cada nen és diferent.
- Comparar les seves solucions o mètodes amb les d'altres. Treball en equip, en el centre i entre mestres de diferents centres.

Llavors els mestres podran créixer en l'art d'ensenyar matemàtiques. Perquè és un art!

Què podem fer nosaltres, els qui ens dediquem a la formació?

- 1r. Canviar nosaltres mateixos, els qui ens hi dediquem. Què pretenem «donar-los»?
- 2n. Concretar la visió o el marc general: cap a on anem. Quines són les quatre coses bàsiques a infantil i a primària? No es pot explorar un terreny si no es té un bon *mapa*.

- 3r. Potenciar l'equilibri entre els «experts» en matemàtiques i els mestres, tant pel que acabem de dir com per l'experiència de grups. Ens necessitem. Al nostre país hem fet molt (Rosa Sensat) i necessitem els col·lectius: els matemàtics som associatius.
- 4t. Dialogar amb les administracions, com ja sabem.
- 5è. Encomanar optimisme. És un problema, no de contingut, sinó d'actitud! Els nens i les nenes són aquí i ens esperen. Tots hem de ser feliços fent matemàtiques.

antonia.canals@udg.es

Educació matemàtica versus instrucció matemàtica

Mequè Edo i Basté

Universitat Autònoma de Barcelona

Resum: La instrucció matemàtica ha estat, i encara és, el principal objectiu d'una gran part de les tasques escolars a l'educació infantil i primària. En aquesta comunicació es presenta l'educació matemàtica com a objectiu alternatiu a la instrucció. Una part important de l'educació matemàtica passa per implicar els alumnes en contextos rellevants, és a dir, en situacions potencialment significatives social, cultural i matemàticament. També s'especifiquen pautes generals relatives a la creació de situacions didàctiques que poden conduir a una adequada educació matemàtica durant les primeres edats. Aquestes pautes han estat seleccionades d'entre les assenyalades de forma més recurrent per la recent investigació psicoeducativa.

Una gran part de les tasques matemàtiques escolars a infantil i a primària se centren en activitats dirigides al desenvolupament de tècniques, mètodes, regles i algoritmes. Aquestes activitats ofereixen als alumnes uns continguts, una «caixa d'eines» per tal que es converteixin en usuaris de les matemàtiques. L'objectiu d'aquestes tasques és que els alumnes siguin capaços d'emprar les tècniques que van aprenent, a través del llibre i de les fitxes, tant dins com fora de la classe de matemàtiques. Des d'aquesta visió de l'ensenyament i de l'aprenentatge de les matemàtiques, «desenvolupament» significa domini d'un conjunt de «tècniques» cada vegada major i més complex. Per exemple, a infantil: recompte, lectura i escriptura de nombres fins al nou; associació entre xifres i quantitats... A primària:

l'algoritme de la suma, el de la resta «sense portar-ne», el de la resta «portant-ne», l'algoritme de la multiplicació, el de la divisió... Centrar les activitats d'aula en aquest tipus de continguts porta implícita una imatge de les matemàtiques com a matèria basada en fets, conceptes i procediments mecànics a aplicar. Només existeixen dos resultats possibles al realitzar les activitats proposades: correcte o incorrecte. I el resultat de la tasca (si tota la classe la fes correctament) seria un conjunt de fulls iguals, sense cap possibilitat d'aportació personal. Vegem-ne uns exemples.

Tema 9

Pag 39

$$\begin{array}{r} 1) \ 527 \\ + 100 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ 532 \\ + 300 \\ \hline 832 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ 2400 \\ + 900 \\ \hline 3300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \ 2595 \\ + 200 \\ \hline 2795 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \ 860 \\ + 200 \\ \hline 1060 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \ 4000 \\ + 400 \\ \hline 4400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \ 7846 \\ + 200 \\ \hline 8046 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \ 8407 \\ + 100 \\ \hline 8507 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \ 4220 \\ + 300 \\ \hline 4520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \ 10100 \\ + 100 \\ \hline 10200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11) \ 2623 \\ + 800 \\ \hline 3423 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12) \ 83240 \\ + 300 \\ \hline 83540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13) \ 7000 \\ + 100 \\ \hline 7100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14) \ 2604 \\ \times 600 \\ \hline 1562400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15) \ 64700 \\ \times 600 \\ \hline 38820000 \end{array}$$

Pag 43

$$\begin{array}{r} 1) \ 8484 \\ + 166 \\ \hline 8650 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ 5223 \\ + 22 \\ \hline 5245 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ 65332 \\ + 202 \\ \hline 65534 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \ 642 \\ + 402 \\ \hline 1044 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \ 80623 \\ + 2999 \\ \hline 83622 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \ 3044 \\ + 285 \\ \hline 3329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \ 52034 \\ + 257 \\ \hline 52291 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \ 4715 \\ + 287 \\ \hline 5002 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \ 975427 \\ + 805375 \\ \hline 1780802 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \ 271568 \\ + 352 \\ \hline 271920 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11) \ 832 \\ \times 69 \\ \hline 58208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12) \ 932 \\ \times 69 \\ \hline 64308 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13) \ 1139 \\ + 18 \\ \hline 1157 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14) \ 115 \\ + 492 \\ \hline 607 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15) \ 119 \\ + 12 \\ \hline 131 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16) \ 119 \\ + 12 \\ \hline 131 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17) \ 285 \\ + 10 \\ \hline 295 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18) \ 285 \\ + 10 \\ \hline 295 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19) \ 136 \\ + 190 \\ \hline 326 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20) \ 142 \\ + 25 \\ \hline 167 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21) \ 36 \\ + 25 \\ \hline 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22) \ 142 \\ + 25 \\ \hline 167 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23) \ 36 \\ + 25 \\ \hline 61 \end{array}$$

Pag 25

$$\begin{array}{r} 1) \ 880 \\ + 200 \\ \hline 1080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ 300 \\ + 100 \\ \hline 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ 200 \\ + 100 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \ 600 \\ + 100 \\ \hline 700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \ 1200 \\ + 200 \\ \hline 1400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \ 3000 \\ + 1000 \\ \hline 4000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \ 1000 \\ + 2000 \\ \hline 3000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \ 3000 \\ + 1000 \\ \hline 4000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \ 600 \\ + 100 \\ \hline 700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \ 43000 \\ + 3000 \\ \hline 46000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11) \ 1000 \\ + 2000 \\ \hline 3000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12) \ 3000 \\ + 1000 \\ \hline 4000 \end{array}$$

Pag 26

$$\begin{array}{r} 1) \ 74104 \\ - 2704 \\ \hline 71400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ 50206 \\ - 9216 \\ \hline 41000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ 54300 \\ - 4244 \\ \hline 49056 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \ 10965 \\ - 2433 \\ \hline 8532 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \ 40504 \\ - 4956 \\ \hline 35548 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \ 30111 \\ - 9843 \\ \hline 20268 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \ 30581 \\ - 16054 \\ \hline 14527 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \ 37400 \\ - 8811 \\ \hline 28589 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \ 74314 \\ - 4428 \\ \hline 69886 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \ 31432 \\ - 12894 \\ \hline 18538 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11) \ 1767 \\ - 1611 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12) \ 90077 \\ - 4304 \\ \hline 85773 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13) \ 4560 \\ \times 2509 \\ \hline 1144560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14) \ 457 \\ \times 2159 \\ \hline 985463 \end{array}$$

Pag 27

$$\begin{array}{r} 1) \ 6070 \\ - 122 \\ \hline 5948 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ 6015 \\ - 1114 \\ \hline 4901 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ 8300 \\ - 5517 \\ \hline 2783 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \ 6040 \\ - 587 \\ \hline 5453 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \ 7020 \\ - 283 \\ \hline 6737 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \ 7001 \\ - 5534 \\ \hline 1467 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \ 4058 \\ - 112 \\ \hline 3946 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \ 3800 \\ - 2997 \\ \hline 803 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \ 5400 \\ - 726 \\ \hline 4674 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \ 4050 \\ - 3532 \\ \hline 518 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11) \ 1000 \\ - 854 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12) \ 4001 \\ - 434 \\ \hline 3567 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13) \ 7007 \\ - 919 \\ \hline 6088 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14) \ 6004 \\ - 115 \\ \hline 5889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15) \ 4000 \\ - 483 \\ \hline 3517 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16) \ 5004 \\ - 493 \\ \hline 4511 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17) \ 919 \\ + 115 \\ \hline 1034 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18) \ 4000 \\ + 250 \\ \hline 4250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19) \ 7600 \\ + 100 \\ \hline 7700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20) \ 4101 \\ + 112 \\ \hline 4213 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21) \ 2124 \\ + 112 \\ \hline 2236 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22) \ 4000 \\ \times 397 \\ \hline 1588000 \end{array}$$

Pag 28

$$\begin{array}{r} 1) \ 600 \\ - 200 \\ \hline 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ 900 \\ - 300 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ 600 \\ - 200 \\ \hline 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \ 500 \\ - 200 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \ 6000 \\ - 300 \\ \hline 5700 \end{array}$$

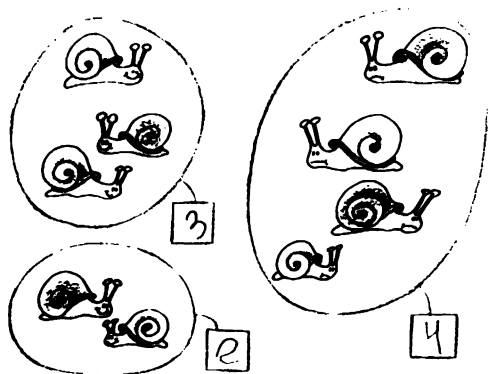
$$\begin{array}{r} 6) \ 8000 \\ - 200 \\ \hline 7800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \ 4000 \\ - 100 \\ \hline 3900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \ 900 \\ - 100 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \ 10000 \\ - 100 \\ \hline 9900 \end{array}$$

Imatge 1. Tasques d'instrucció realitzades a 6è. Encara avui, el treball matemàtic gràfic recollit en quaderns i fitxes és, majoritàriament, d'aquest estil: exercitació de tècniques.



Què fem?
 Omplir la fitxa
 Per què ho fem?
 Per escriure nombres
 A on volem arribar?
 No ho sé
 Què volem saber?
 Escriure nombres
 Què volem respondre?
 Quants n'hi ha?
 Què desitgem trobar?
 Res

Imatge 2. Tasca habitual d'instrucció realitzada en un grup de 4 a 5 anys. S'adjunta també un fragment de la conversa posterior amb tot el grup classe. La mestra pregunta i diferents alumnes responen.

En aquestes tasques les matemàtiques no es plantegen com una matèria de reflexió. Des d'aquest enfocament, no s'entenen les matemàtiques com una manera de *conèixer* sinó com una manera de *fer* (Bishop, 1999).

Des d'una visió sociocultural, es considera necessari que els alumnes desenvolupin una comprensió major i una consciència crítica de com i quan emprar qualsevol contingut matemàtic. Pretendre que els alumnes de primària utilitzin i apliquin les tècniques matemàtiques (apreses en fitxes com les de les imatges 1 i 2) a situacions reals i contextos diferents d'aquells en què es varen aprendre es contradiu amb les orientacions didàctiques actuals: partir dels seus coneixements previs, connectar els nous continguts amb la realitat extraescolar, partir del més pròxim i real per a conduir-los cap al més abstracte, etc. Si realment hom desitja que les matemàtiques apreses a l'escola serveixin per a ser aplicades en contextos reals i funcionals, seria més adequat que els continguts matemàtics s'apreguessin en situacions on els conceptes i els procediments propis d'aquesta àrea

adquirissin un significat funcional real, més enllà de la mera tècnica. Hem de plantejar-nos: quina visió de la matemàtica oferim a l'alumne a qui únicament demanem l'exercitació de tècniques buides de significat com les que s'han mostrat?

En aquest sentit, Bishop (1999, p. 26) argumenta: «Un currículum dirigit al desenvolupament de tècniques no pot ajudar a comprendre, no pot desenvolupar significats, no pot capacitar l'alumne per adoptar una postura crítica dins o fora de les matemàtiques. *Per tant, la meua opinió és que un currículum dirigit al desenvolupament de tècniques no pot educar. Només pot instruir i ensinistrar [sic]*».

L'educació matemàtica escolar com a construcció socialment facilitada

El marc psicològic de referència adoptat és la concepció constructivista de l'aprenentatge i l'ensenyament (Coll, 2001). Aquesta concepció situa la clau de l'aprenentatge escolar en la dinàmica interna dels processos de construcció del coneixement: els alumnes són els agents i els responsables últims de la construcció de significats sobre els continguts escolars. Però aquest procés de construcció, de naturalesa individual, és inseparable de l'activitat que desenvolupen conjuntament professors i alumnes a l'aula al voltant de continguts i tasques escolars. En conseqüència, aquesta construcció és també de naturalesa social. Des d'aquesta perspectiva, en una situació didàctica, la interacció entre el professor, els alumnes i la tasca o contingut escolar constitueix el context en què es proporcionen ajudes als processos de construcció matemàtics (Colomina, Onrubia i Rochera, 2001; Onrubia, Rochera i Barberá, 2001).

Des d'aquest mateix marc teòric, concebem la matemàtica no com a tècniques a aprendre, sinó (1) com el resultat de certes activitats desenvolupades per les persones i, per tant, (2) com a fenomen cultural evolutiu. Des d'aquesta visió entenem l'ensenyament de la matemàtica com un procés d'enculturació (Bishop, 1999), l'objectiu del qual és que els alumnes s'apropriïn d'una part específica de la seva cultura. L'eix central d'aquest procés ha de ser l'activitat realitzada pels alumnes en el marc de

l'escola, en activitats expressament dissenyades pels educadors amb l'objectiu que els nens i les nenes puguin viure formes d'activitat matemàtica característiques del seu marc sociocultural específic (Lladó i Jorba, 1998).

El pensament matemàtic es caracteritza per un *desig de trobar*: dades rellevants, relacions, processos de resolució, resultats, respostes a interrogants, formes de comunicació oral o escrita que siguin comprensibles i que augmentin gradualment el rigor i la formalitat pròpies de l'àrea, etc.

L'educació matemàtica passa per ajudar els alumnes a viure situacions que incitin a pensar matemàticament (és a dir, situacions de recerca i no només d'aplicació), pròpies del seu entorn sociocultural.

S'ha assenyalat que l'aprenentatge escolar, i en particular l'aprenentatge dels continguts matemàtics, és un procés de construcció socialment mediat. Això implica que els alumnes no aprenen rebent i acumulant passivament informació de l'exterior, sinó que ho fan a través d'un procés actiu d'elaboració de significats i d'atribució de sentits. Aquest procés es porta a terme mitjançant la interacció, la negociació i la comunicació amb altres persones en contextos particulars, culturalment definits, i en què determinats instruments culturals juguen un paper decisiu. Per exemple, poden ser elements culturals rellevants per a l'ensenyament i l'aprenentatge de continguts matemàtics: el calendari, el rellotge, la calculadora, les cintes mètriques, les balances, tiquets de compra, catàlegs de supermercats, monedes en curs, llistes de compra, receptes de cuina, notícies del diari, objectes tridimensionals, llistes d'alumnes i registres de control d'assistència, repartiment de materials, mapes i plànols, escaires, cartabons, compàs, escalímetre, etc.

Vegem, a continuació, el resum d'una conversa realitzada dins una aula d'alumnes de 5 a 6 anys. La mestra realitza la pregunta i diferents alumnes responen:



Imatge 3

Què ens diu el nostre calendari d'aquest mes?

- El dia 7 de maig vam anar al zoo.
- El dia 10 era festa; no vam venir a l'escola.
- Aquesta setmana només venim 4 dies al col·le.
- El dia 11, dimarts, celebrem l'aniversari de la Carla.
- Falten 4 dies per a l'aniversari d'en Joel.
- El dia 28 visitarem el Fòrum de Barcelona.
- Aquest mes té 31 dies.
- L'últim dia del mes serà l'aniversari de la Núria.

A la imatge 3 veiem com aquest instrument cultural, utilitzat de forma intencionada per part de la mestra, Esperanza Jiménez, permet als alumnes no només reconèixer i nomenar diferents nombres (més enllà del contingut del currículum) en relació a fets rellevants de la seva classe, sinó que també els ajuda a situar-se i a estructurar el temps (passat, present i futur; dia, setmana, mes, any); a aplicar petits càlculs per a resoldre alguns interrogants (*quant falta per a l'aniversari d'en Joel?*); a comparar quantitats (dies lectius i festius de cada setmana) i a esperar amb il·lusió i comprensió temporal qualsevol esdeveniment previst. Aquest instrument els ajuda a conèixer, no només a fer. Això és així perquè no és un text impersonal (fitxa) sinó un text altament significatiu per a aquest grup, donat que s'ha anat construint de forma col·lectiva i progressiva al llarg del temps.

L'educació matemàtica pot i ha de contribuir tant al desenvolupament personal com a la socialització dels alumnes, i en particular ha de

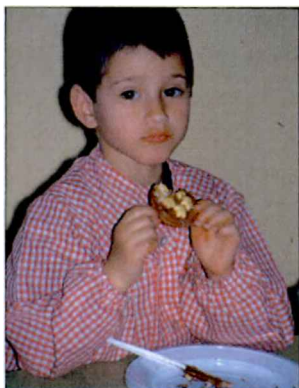
contribuir, a llarg termini, a l'adquisició, per part d'aquests, d'un conjunt de capacitats necessàries per a actuar com a ciutadans competents, actius, implicats i crítics. L'assoliment d'aquestes capacitats i finalitats no és en absolut senzill, i exigeix un tipus d'ensenyament presidit per unes pautes generals coherents amb les idees presentades fins al moment. El reconeixement de situacions matemàtiques potencialment significatives (Edo, 2004) i la creació d'ambients de participació i de resolució de problemes (Abrantes, 1996) és el camí per aconseguir una adequada educació matemàtica en les primeres edats.

Pautes per a una educació matemàtica escolar en les primeres edats

A continuació s'especifiquen set pautes relatives a la creació de situacions didàctiques que poden conduir a una adequada educació matemàtica en les primeres edats. Gran part d'aquestes pautes es basen en el treball d'Onrubia i altres (2001) i han estat seleccionades d'entre les assenyalades de forma més recurrent per la investigació psicoeducativa. Totes elles han estat aplicades en aules d'educació infantil i primària, i analitzades per mestres en actiu i teòrics de didàctica de la matemàtica en sessions de formació permanent que jo mateixa he coordinat. En algunes pautes, s'hi detallen dades d'aula.

1. Contextualitzar els aprenentatges matemàtics en activitats autèntiques i significatives per als alumnes

L'activitat matemàtica desenvolupada a l'aula hauria de tenir sentit més enllà dels continguts matemàtics implicats. Què fem? Per què ho fem? On volem arribar? Què volem saber? Què volem respondre? Què desitgem trobar? Són alguns dels interrogants que la classe hauria de poder respondre amb sentit i significat davant de qualsevol tasca concreta.



Vegem un exemple d'activitat gràfica realitzada després d'haver elaborat, cada alumne, un berenar a classe a partir d'una recepta de cuina. En aquest cas s'ha demanat als alumnes que «expliquin» en un full els ingredients necessaris per a elaborar la recepta amb l'objectiu que els pares la comprenguin i puguin repetir a casa, si volen, la preparació del berenar.

A continuació es mostren dues produccions gràfiques diferents de la mateixa tasca. Totes les produccions del grup són diferents, ja que la mestra no especifica com ha de realitzar-se —dibuixos, lletres, nombres— i cada alumne tria i intenta aplicar els llenguatges que està aprenent per a poder-se comunicar. Els ingredients de la recepta són: una galeta, una mica de *Nocilla* (crema de cacau) i cinc estrelletes (cereals).



Imatge 4



Imatge 5

És interessant observar com apareixen els tres llenguatges que estan aprenent simultàniament (dibuixos, lletres i nombres). També convé observar que, quan la tasca gràfica que es proposa respon a una situació vivencial prèvia, amb alt significat per als alumnes, aquests són capaços

d'utilitzar una gran diversitat de recursos personals per arribar a comunicar-se. Ha de preocupar-nos que l'«1» de la imatge 4 estigui invertit? Al meu entendre, no. Des de la matemàtica, és aquesta una bona producció? Per què? És una bona representació, ja que és un dels pocs alumnes d'aquesta classe que, per a indicar que es requereixen «5» estrelletes, no sent la necessitat de dibuixar-les totes. L'alumne ja sap que el «5» expressa la quantitat d'estrelles a utilitzar i no perd el temps dibuixant-les totes. Atribueix el significat matemàtic adequat al signe utilitzat.

Vegem el resum de la conversa sobre aquesta tasca, realitzada per la mestra Montserrat Estival amb el seu grup de 5-6 anys:

Què fem?

Explicar el que es necessita per fer el plat volador.

Per què ho fem?

Per portar-lo a casa i poder fer-lo amb el papa, la mama i l'àvia.

A on volem arribar?

Que la mama entengui el que es necessita.

Què volem saber?

Fer la recepta sense equivocar-me.

Què volem respondre?

Què necessitem per fer un plat volador.

Què desitgem trobar?

Una manera d'explicar que els altres m'entenguin.

(Edo, 1997)

2. Activar com a punt de partida el coneixement matemàtic previ, formal i informal, dels alumnes

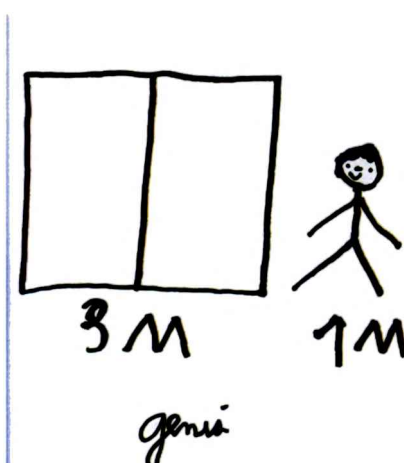
En la creació i gestió de situacions matemàtiques potencialment significatives és necessari reconèixer, potenciar i valorar els coneixements informals dels alumnes, des dels quals el mestre pot plantejar el desenvolupament del procés d'ensenyament i aprenentatge. Els nens, en arribar a l'escola, ja posseeixen una àmplia gama de coneixements informals (Baroody, 1988) que inclouen nocions, habilitats i estratègies relatives a un ampli conjunt d'aspectes, des de la numeració i el còmput fins a la resolució de problemes aritmètics, l'organització i la representació de l'espai o de la proporció, passant per la planificació i la presa de decisions sobre preus o compres. Sabem que aquestes nocions, habilitats i estratègies es desenvolupen en el marc de la participació en situacions i contextos específics propis de la vida quotidiana fora de l'escola. Encara que aquest coneixement presenta, des del punt de vista de les matemàtiques com a sistema formal, importants imprecisions i limitacions, la seva recuperació és la base per a una construcció adequada de les matemàtiques escolars. Els alumnes de primària no sempre activen, davant de les situacions i problemes formals de les matemàtiques escolars, el seu coneixement previ rellevant ni, inversament, transfereixen a contextos quotidians les estratègies apreses en el context escolar (vegeu els resultats de PISA 2003). Per això, les propostes innovadores actuals fomenten que els alumnes utilitzin activament a l'aula el seu coneixement matemàtic informal i les seves formes personals de representació, de pensament i de resolució de problemes matemàtics (Onrubia i altres, 2001).

A la pràctica és relativament senzill ajudar els alumnes a fer emergir els seus coneixements previs. De forma sistemàtica, abans de començar un tema, alguna explicació o algun procés de cerca de resposta, ens hauríem de preguntar què opinen, què s'imaginen, quina intuïció tenen els alumnes en relació al tema. A continuació es comparteixen, es discuteixen i es consensuen les idees del grup. El fet de formular hipòtesis abans de cercar respostes més formals, més racionals, més verificades i més consensuades és la forma d'activar els coneixements previs dels alumnes. Així

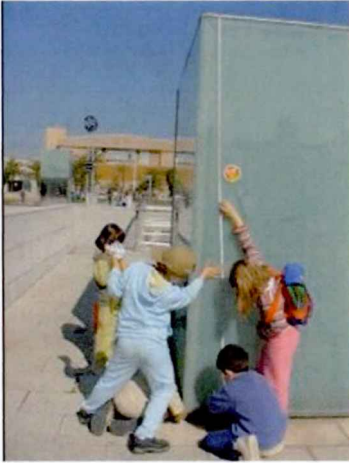
aconsegum que cada alumne es plantegi un interrogant propi, que el nou coneixement escolar es relacioni amb experiències prèvies i que el nou contingut s'integri en la xarxa de coneixements personals, convertint-se així en significatiu i pugui ser emprat en noves situacions. Vegem un exemple realitzat per alumnes de primer de primària amb la mestra Susanna Revelles (Revelles i Edo, pendent de publicació).



Imatges 6. És un cub?



Dibuixa'l i escriu quant et sembla que pot mesurar d'alt. Dibuixa't tu i escriu també quant et sembla que mesures.



COMPAREM (el cub)

· Quan vas dir que amidava el cub abans d'amidar-lo?


7 m

Quan amidava realment?

2,50cm

· Amida més o menys del que pensaves?

2,50cm menys del que pensava



Què hem de fer per saber si és o no un cub?

Revisa la teva hipòtesi a la llum de les dades.

3. Orientar l'aprenentatge cap a la comprensió i la resolució de problemes

La tercera pauta, conseqüència de les anteriors, és la indicació que la millor manera d'aprendre matemàtiques és fer-ho dins d'un context rellevant d'aplicació i presa de decisions específiques. *En aquest sentit, la resolució de problemes, i no tant l'aprenentatge estructural i poc contextualitzat de la matemàtica, és l'entorn que emmarca i dona sentit a l'ús de la matemàtica en l'àmbit escolar* (Onrubia i altres, 2001, p. 496).

La creació de situacions potencialment significatives des de l'ensenyament i l'aprenentatge de la matemàtica, és a dir, la creació de contextos en què apareixen o es creen interrogants que la classe desitja resoldre, hauria de ser el nostre objectiu. En aquestes situacions, els alumnes, gràcies a l'ajuda del seu mestre, i a través de la confrontació d'idees entre iguals, poden progressar afegint dades, habilitats i estratègies al conjunt dels coneixements consensuats pel grup classe. Aquest procés gradual es caracteritza per fer emergir i utilitzar els coneixements previs dels alumnes, per mediar en la confrontació de criteris, opinions i hipòtesis, i per ajudar a

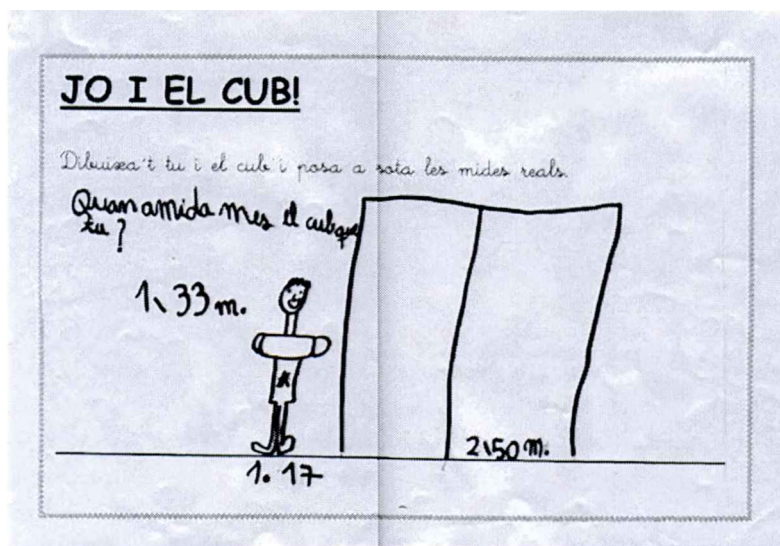
cercar respostes més enllà del mestre com a «autoritat cognitiva». Aquest procés, dirigit a resoldre situacions i interrogants que el grup classe ha triat com a rellevants és, ara pera ara, la millor forma d'ajudar els alumnes a avançar matemàticament cap a nivells cada vegada més elevats de complexitat i d'abstracció. El reconeixement o creació de situacions d'aula potencialment significatives (des del pensament matemàtic), i la creació d'ambients de resolució de problemes hauria de generar el context adequat per a l'ensenyament i l'aprenentatge dels continguts matemàtics (Abrantes, 1996).

Però, per tal d'aconseguir realment un ambient de resolució de problemes, haurien de complir-se condicions que acostessin els «problemes de l'aula» als problemes matemàtics reals. En particular, sembla necessari que siguin problemes plantejats i definits pels propis alumnes, que suposin tasques contextualment rellevants, que puguin abordar-se i resoldre's per mètodes diversos, que permetin diferents solucions i no necessàriament exactes, i que comparteixin la seva finalitat de promoure l'aprenentatge de les matemàtiques amb finalitats extramatemàtiques d'interpretació de la realitat o d'actuació en ella (Barberá i Gómez-Granell, 1996).

4. No limitar ni jerarquitzar en una seqüència única els continguts matemàtics d'aprenentatge

Aquesta visió de l'ensenyament i de l'aprenentatge escolar implica una nova concepció de jerarquia i de seqüència dels continguts matemàtics a aprendre. Fora del context escolar, els alumnes no «aprenen» primer l'«1»; després el «2»; més tard el «3»; quan ja han «assimilat» el «4», comencen a construir el concepte de «5», etc. Amb relació al nostre sistema de numeració, els alumnes, des d'infantil, intenten «comprendre» com funcionen els nombres i com els utilitzen els adults. Per tal d'aconseguir-ho, van assajant la seva lectura, la seva escriptura i la seva funció en contextos diferents, i ho fan amb nombres i amb quantitats no consecutives. Tanmateix, als nostres llibres de text els continguts a aprendre apareixen ordenats segons la lògica de la matèria. Seguint amb l'exemple: fitxa de l'1,

fitxa del 2, fitxa del 3, etc. Quant a les operacions: primer la suma, després la resta, més tard la multiplicació, després la divisió... Però en contextos significatius els alumnes són capaços d'enfrontar-se a situacions amb nombres grans que no «toquen» per currículum, i són capaços de resoldre problemes de multiplicació i de divisió molt abans que se'ls presentin els conceptes i els algorismes corresponents. Això és així quan es planteja la necessitat dins d'una situació amb sentit i quan els alumnes desitgen realment trobar una solució o resoldre un interrogant. De fet, l'ensenyament formal de qualsevol contingut matemàtic hauria de ser posterior a un assaig de recerca personal, encara que aquesta fos molt informal. Vegem a la imatge 7 un exemple de *resolució de problema* amb dades i càlculs més enllà del que toca per currículum.



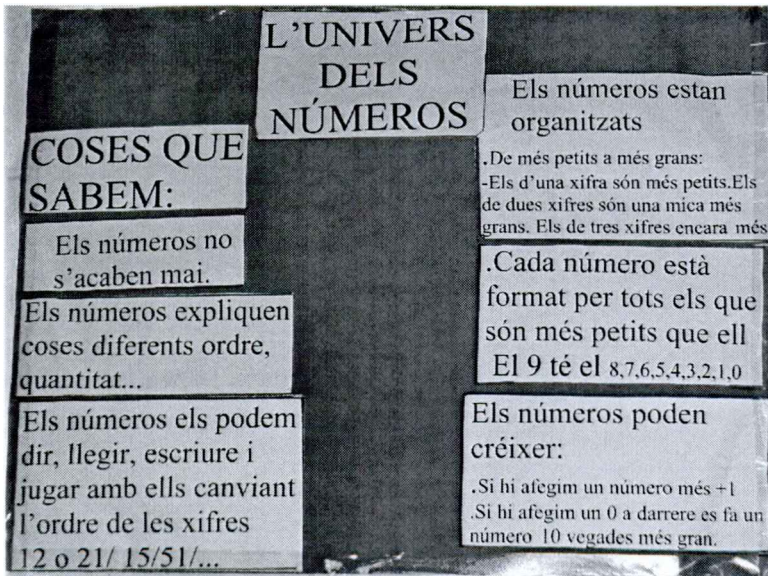
Imatge 7. Aquesta activitat es va realitzar a continuació de les tasques presentades a les imatges 6. Inicialment es demana la representació i les mides reals del cub i de cada alumne, però durant la conversa els alumnes es plantegen un nou interrogant: quant amidava més el cub que jo? La Susanna recull aquesta situació, anotant l'interrogant a la pissarra, per a qui el vulgui investigar.

Amb nens de 6-7 anys plantejaríem problemes que formalment es resolen amb restes portant-ne amb nombres decimals? Sense context, no! Però quan són els alumnes qui s'ho plantegen i la mestra ho sap recollir i retornar al grup, passa que hom es sorprèn de les capacitats dels alumnes.

5. Donar suport sistemàticament a l'ensenyament en la interacció i la cooperació entre alumnes

La conversa, la recerca d'acords i la negociació de significats és un dels pilars bàsics de l'educació matemàtica escolar. Això implica una forma específica de diàleg i de relació entre els integrants del grup. Els alumnes aprenen els uns dels altres i enriqueixen les seves mirades i concepcions a través de la confrontació d'idees i dels processos de resolució. En aquest ambient és vàlid conversar, discutir, admirar i comparar produccions i idees verbals i gràfiques. Les formes d'agrupació dels alumnes per a realitzar qualsevol tasca haurien d'alternar-se. Així, en ocasions, discutim i analitzem alguna situació en gran grup, donant la mestra un model de procés per arribar a acords. En altres ocasions, el tema a debatre o a resoldre se cedeix a petits grups d'alumnes, que conjuntament intenten trobar una solució. I, en altres moments, es requereix la realització d'una tasca de forma individual, que al finalitzar es pot comparar i contrastar per analitzar diverses formes personals d'enfrontar-se a una mateixa situació. Gran part de les actuals propostes innovadores per a l'ensenyament de la matemàtica contempen entre els seus principis l'aprenentatge cooperatiu, assumint que la construcció del coneixement matemàtic es produeix a través de la interacció, la negociació i la col·laboració, com a vies perquè els alumnes puguin convertir-se en membres competents d'una comunitat i d'una cultura matemàtica.

Vegem un exemple del coneixement compartit i consensuat, relatiu al món numèric, en un determinat moment (tercer trimestre) de la classe de 1r de primària de Carme Sentís.



Imatge 8

6. Oferir a l'alumnat oportunitats suficients de comunicar experiències matemàtiques

La necessitat d'oferir oportunitats als alumnes per a expressar-se, amb relació a la seva visió del tema que ens ocupa a l'aula, és una part essencial de l'activitat matemàtica escolar. Aquesta visió de l'educació matemàtica a infantil porta implícita una forma d'entendre la importància del grup, de cada subjecte que forma part d'aquest grup i de les formes de relació i de comunicació dins del grup. En el diàleg que estableixen els integrants del grup apareixeran hipòtesis (correctes i incorrectes), que mai no seran interpretades com a errors, sinó com a mostres d'un intent personal de recerca de significat. Aquestes hipòtesis han de confrontar-se amb les d'altres companys i aquí apareix la necessitat d'argumentar, de revisar la visió pròpia, de demostrar, de cercar més informació, de contrastar, etc., i d'aquesta forma s'arriba a la necessitat social i cognitiva d'establir acords i negociar significats. Aquesta forma de treballar a classe ha de ser explícita i coneguda per tothom. Qualsevol alumne pot opinar, i mai la seva intervenció no serà valorada negativament ni ridiculitzada. Qualsevol

alumne pot rebatre i argumentar una opinió diferent i això no ha de ser causa de malestar. Qualsevol alumne pot plantejar interrogants i explicitar dubtes que ens poden ajudar a avançar. Totes aquestes intervencions esmentades, i tantes d'altres, no només són adequades sinó que, a més, el mediador del grup (el mestre) ha de valorar-les i potenciar-les mostrant la seva pertinència i la seva adequació al quefer de l'aula. L'activitat matemàtica escolar, des de la perspectiva sociocultural, conté certes pràctiques i gèneres discursius, certes formes de parla i de raonament pròpies de la disciplina (conjecturar possibles solucions, discutir i argumentar solucions alternatives, explicar i justificar el procés emprat per a l'obtenció d'una determinada solució, etc.). Conseqüentment, l'educació matemàtica passa per aprendre a «parlar de matemàtiques».



Imatge 9. Alumnes de 5è de primària redactant un text conjunt per explicar quina és la funció de la «coma» en determinats números. Abans d'iniciar formalment el tema dels decimals amb la mestra Marifè Garcia.



Imatges 10. La mestra Montserrat Estival ha seleccionat sis representacions diferents de la mateixa tasca (imatges 4 i 5) i demana als alumnes que interpretin, expliquin i comparin diferents solucions de la mateixa proposta. Tots aprenem de tots.

7. Atendre els aspectes afectius i emocionals implicats en l'aprenentatge i en el domini de les matemàtiques

En el procés d'educació matemàtica no estan implicades únicament capacitats de tipus cognitiu, sinó també de caràcter emocional. El clima, l'ambient, les relacions interpersonals que es creen dins l'aula poden arribar a ser determinants en els processos d'ensenyament i aprenentatge.

En aquest sentit, Bach i Darder (2002, p. 27) proposen: «Hem de fer un gir de cent vuitanta graus; això implica donar més importància a la resolució de problemes de relació entre les persones, per a després estar en millor disposició per a resoldre problemes de matemàtiques». Efectivament, la interacció és la base de la relació educativa: representa el model inicial de formació de la persona humana. L'alumne a l'escola creix, es coneix, coneix els altres i la realitat que l'envolta, gràcies als altres i, especialment, gràcies al suport intencional, afectiu i racional dels seus mestres. És per això que es fa necessari establir interaccions personals sòlides i càlides dins de cada grup. L'educació formal incideix en les dimensions afectives a través de les vivències dels mestres i dels alumnes. En les situacions d'ensenyament i

aprenentatge, els alumnes han d'adquirir coneixements, però des de l'entusiasme i cap a la satisfacció; han d'establir-se relacions personals, però des de la comprensió i l'honestetat i cap al plaer del treball conjunt. Els alumnes no són recipients que cal omplir de ciència, ni els mestres són instruments per omplir-los. Uns i altres són persones amb emocions que volen viure i compartir, i per damunt de tot, volen ser reconeguts i acceptats pels altres. Per tant, el que és realment important és la relació que s'estableix entre els integrants del grup, i aquesta interacció serà educativa –per als uns i els altres– si es col·labora en projectes comuns i s'hi ajuden entre ells, perquè d'aquesta forma poden ser conscients de les seves fites comuns. L'actitud del mestre és essencial, ja que hom educa emocionalment des de les emocions mostrades. Educar amb una actitud emocionalment sana implica, segons Bach i Darder (2002), mostrar una actitud vital: relaxada i receptiva; càlida i propera; honesta i dignificant; responsable i compromesa; voluntària i flexible. Amb relació a l'aprenentatge dels alumnes, afirmen que no hi ha aprenentatge significatiu pel simple fet que existeixi activitat i que aquesta s'integri estructuradament en el pla cognitiu, sinó que hi haurà aprenentatge significatiu quan l'activitat sigui fruit de l'emoció i generi emoció. És a dir, quan s'estableixi algun tipus de vincle afectiu amb allò que estem fent o coneixent.



Imatge 11. L'Àlex, el Sergi i el Rafa mostren orgullosos la sèrie que s'han inventat amb els taps.

A aprendre matemàtiques amb i dels altres se n'aprèn si s'afavoreix i es provoquen les condicions necessàries.

A manera de conclusió

Existeixen altres formes possibles d'ensenyar i aprendre matemàtiques a l'aula d'educació infantil i primària més enllà de la mera instrucció de tècniques i de procediments mecànics que l'alumne ha d'aplicar. La proposta presentada passa per orientar els processos d'ensenyament i d'aprenentatge cap a l'educació matemàtica amb l'objectiu d'ajudar els alumnes a desenvolupar una comprensió major i una consciència crítica de com i quan cal emprar qualsevol contingut matemàtic. D'altra banda, ha de contribuir a llarg termini a l'adquisició, per part dels alumnes, d'un conjunt de capacitats necessàries per a actuar com a ciutadans competents, actius, implicats i crítics. Una part important d'aquesta educació matemàtica passa per implicar els alumnes en situacions potencialment significatives social, cultural i matemàticament. Aquestes situacions, vinculades a les rutines diàries o a projectes d'aula, tindran sentit per elles mateixes i generaran interrogants que els alumnes, amb l'ajuda del mestre i amb la col·laboració dels companys, intentaran resoldre. L'educació matemàtica, tal i com l'hem plantejat, inclou de forma indissociable el fer, el conèixer i el sentir dels alumnes i del mestre, és a dir, del grup que treballa conjuntament per aconseguir un objectiu comú.

Bibliografia

Abrantes, P. (1996). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8, 7-18.

Bach, E. i Darder, P. (2002). *Sedueix-te per seduir. Viure i educar les emocions*. Barcelona: Edicions 62.

Barberá, E. i Gómez-Granell, C. (1996). Las estrategias de enseñanza y evaluación en matemáticas. A: C. Monereo i I. Solé (eds.) *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista* (pp. 383-404). Madrid: Alianza.

Baroody, A. J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Aprendizaje/Visor.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Coll, C. (1989). *Conocimiento psicológico y práctica educativa*. Barcelona: Barcanova.

Coll, C. (2001). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. A: C. Coll, J. Palacios i A. Marchesi (eds.), *Desarrollo psicológico y educación, 2. Psicología de la educación escolar* (pp. 157-186). Madrid: Alianza.

Colomina, R., Orrubia, J. i Rochera, M. J. (2001). Interactividad, mecanismos de influencia educativa y construcción del conocimiento en el aula. A: C. Coll, J. Palacios i A. Marchesi (eds.), *Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar* (pp. 437-458). Madrid: Alianza.

Edo, M. (1997). Fer matemàtiques a l'educació infantil. *Infància*, 99, 18-21.

Edo, M. (2000). Mundo Matemático. Formas en el espacio. A: M. Antón i B. Coll (eds.), *Educación infantil. Orientación y recursos (0-6 años)* (pp. 301-409). Barcelona: CISSPRAXIS.

Edo, M. i Revelles, S. (2004). Situaciones matemáticas potencialmente significativas. A: M. Antón i B. Moll (eds.), *Educación infantil. Orientación y recursos (0-6 años)* (pp. 410/103-410/179). Barcelona: CISSPRAXIS.

Lladó, C. i Jorba, J. (1998). L'activitat matemàtica i les habilitats cognitivolingüístiques. A: J. Jorba, I. Gomez i A. Prat (eds.), *Parlar i escriure per aprendre* (pp. 255-280). Barcelona: ICE-UAB.

Ministerio de Educación y Ciencia (2004). *Aprender para el Mundo de Mañana. Resumen de Resultados. PISA, 2003*. Madrid: INCE.

Onrubia, J., Rochera, M. J. i Barberá, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. A: C. Coll, J. Palacios i A. Marchesi (eds.), *Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar* (pp. 487-508). Madrid: Alianza.

Revelles, S., Edo, M. (pendent de publicació). És o no un cub? De la geometria a la mesura a través de la realitat. *Biaix*, 24.

meque.edo@uab.es

Una mirada, una reflexió i un repte: visió des de la universitat

Joan Gómez i Urgellés
Universitat Politècnica de Catalunya

1. Problemàtica de la *no* formació didàctica

Encetem la problemàtica amb unes paraules del mestre Pere Puig Adam:



La matemàtica ha constituïdo, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, y no seríamos buenos profesores si no procuráramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, lo cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces. (Puig Adam, 1958.)

Aquestes paraules són prou significatives de l'herència que hem obtingut de la *no* formació didàctica en els nostres estudis.

En primer lloc, destaquem unes mancances prou adients que, si som conscients, hem de reconèixer que formen part de la realitat que avui per avui es viu a les universitats i a les escoles universitàries:

1. Manca d'aplicacions en els currículums de matemàtiques.

L'absència d'aplicacions ens fa incapaços d'inspirar amor a aquesta ciència.
(Rey Pastor, 1955; citat a Lusa, 1982.)

2. Excés de formalisme (influència bourbakista) en les presentacions.

Cal desenvolupar la intuïció per tal que l'enginyer aprengui les relacions entre el món real i l'abstracció de les ciències. (J. Perry, citat a Lusa, 1992.)

En l'ensenyament de les matemàtiques cal substituir el formalisme pel pensament intuïtiu i les matemàtiques han d'estar en contacte amb situacions de la realitat. (Puig Adam, Cálculo integral, 17a edició, 1979.)

3. Insatisfacció en l'ensenyament tradicional i poca motivació.

Una mirada al currículum dels usuaris de la matemàtica.
Continguts freqüents.

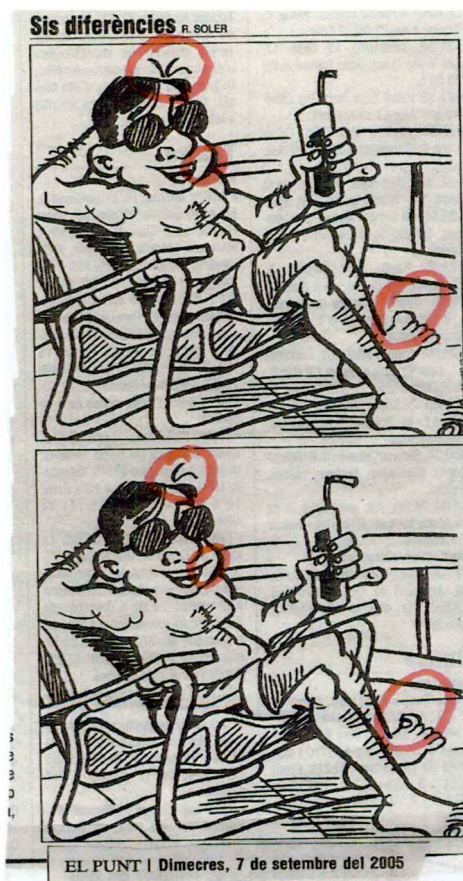
Analitzarem alguns punts per a la reflexió:

- Temaris d'enginyeria, economia, biologia... (Epistemologia?)
- Problemes i exercicis (calculadores?, aplicacions?).
- Avaluació: exàmens individuals, sense apunts.
- Bibliografia: llibres per aprendre matemàtiques *versus* llibres de matemàtiques.

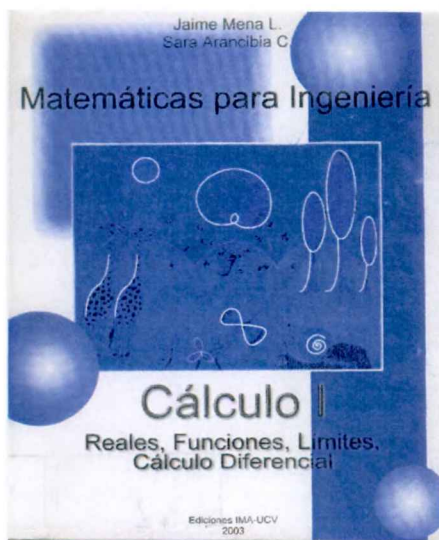
I ahora, un parell de preguntes:

- On són les diferències rellevants comparant especialitats?
- I la innovació?

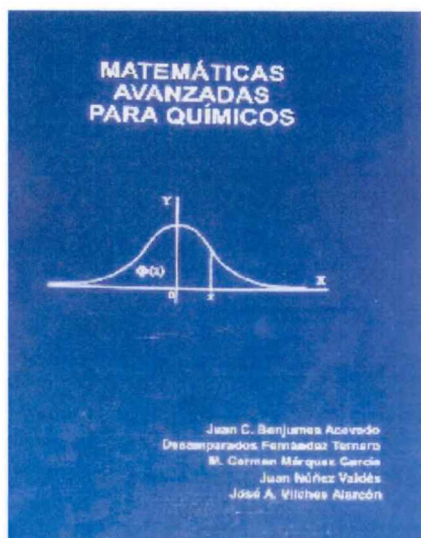
Començarem pel que fa referència als continguts. Podem il·lustrar la situació partint d'un retall de la premsa quotidiana:



Podem dir el mateix que en la il·lustració en les diferències i analogies de les diferents especialitats? Observeu els textos següents:



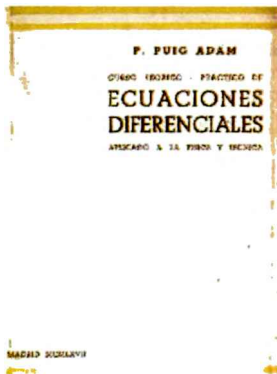
edició 2003



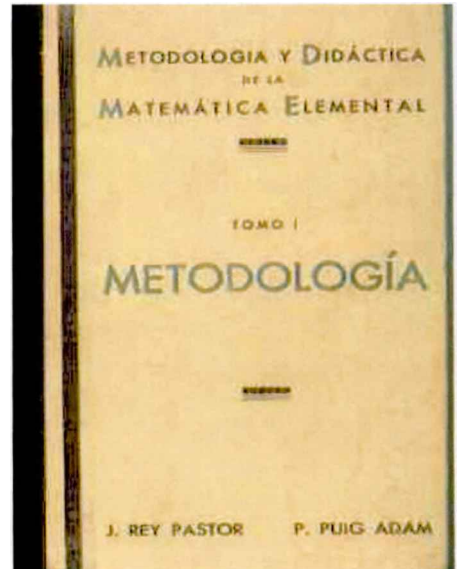
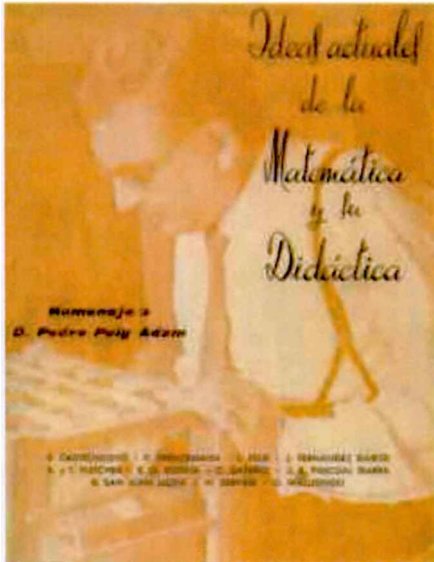
En aquests textos, els continguts son gairebé comuns, malgrat les especialitats a què fan referència, ignorant el context curricular de cada àrea de coneixement. Els cal la mateixa matemàtica? Tampoc els exercicis no venen presentats amb el llenguatge usual de l'especialitat.

Si ens centréssim en els continguts, és ben segur que hi trobaríem poc més de sis diferències.

Potser seria millor, com alternativa, un retorn als textos tradicionals que, almenys, aportaven situacions de la realitat usual de cada especialitat. Com a exemple, tenim els clàssics:



No estaria gens malament, a tall de recomanacions, que fossin complementats amb obres d'aspectes metodològics i de continguts didàctics, com ara:



A nivell d'avaluació també podem il·lustrar alguna mancança en el concepte d'avaluació. Cercant en diverses guies docents universitàries, he pogut obtenir uns exemples dels quals destaca el no coneixement de l'avaluació contínua i formativa. Això ho podem observar en aquest mètode d'avaluació d'una assignatura d'àlgebra lineal que hom pot consultar a Internet:

www.etse.urv.es/EngInf/assig/al/Aval_al.htm.

Literalment, diu:

«Farem un examen parcial durant el mes de novembre i la seva nota la designarem com N_1 . Al gener farem un examen global del 1r quadrimestre. Aquest examen tindrà 2 preguntes de teoria amb un pes de 4 punts i 3 problemes amb un pes de 6 punts. La nota d'aquest examen s'obtéindrà utilitzant la fórmula següent:

$$nq_1 = \begin{cases} \min(4, nt + np) & \text{si } nt < 1.5 \text{ punts} \\ \min(4, nt + np) & \text{si } np < 2 \text{ punts} \\ nt + np & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

Durant el quadrimestre, l'alumne podrà obtenir fins a un màxim d'1 punt per problemes resolts a la pissarra i treballs presentats. Aquesta nota la denotarem per N_2 .

$$\text{Si } N_3 = \max\left(\frac{30 * N_1 + 70 * nq_1}{100}, nq_1\right)$$

llavors la nota final del quadrimestre serà $N_4 = N_3 + N_2$.

Durant el mes d'abril farem un examen parcial i la seva nota la designarem com N_5 . Al maig farem un examen global del 2n quadrimestre. Aquest examen tindrà 2 preguntes de teoria amb un pes de 4 punts i 3 problemes amb un pes de 6 punts. La nota d'aquest examen s'obtéindrà utilitzant la fórmula següent:

$$nq_2 = \begin{cases} \min(4, nt + np) & \text{si } nt < 1.5 \text{ punts} \\ \min(4, nt + np) & \text{si } np < 2 \text{ punts} \\ nt + np & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

Durant el quadrimestre l'alumne podrà obtenir fins a un màxim d'1 punt per problemes resolts a la pissarra i treballs presentats. Aquesta nota la designarem per N_6 .

$$\text{Si } N_7 = \max\left(\frac{30 * N_5 + 70 * nq_2}{100}, nq_2\right)$$

llavors la nota final del quadrimestre serà $N_8 = N_7 + N_6$.

La nota final de l'assignatura és el promig entre la nota del 1r quadrimestre i la del 2n quadrimestre, sempre i quan aquestes notes siguin iguals o superiors a 3 punts. Per tenir aprovada l'assignatura, caldrà obtenir un promig igual o superior a 5 punts. Al juny es farà una recuperació i la nota final serà la següent:

$$nq = \begin{cases} \min(4, nt + np) & \text{si } nt < 1.5 \text{ punts} \\ \min(4, nt + np) & \text{si } np < 2 \text{ punts} \\ nt + np & \text{en cas contrari} \end{cases} \quad \gg$$

Un altre exemple «d'innovació en l'avaluació continua» el podem trobar en aquesta imatge de la guia docent de l'EPSEVG-UPC:

l'assignatura.

2.6. Els criteris d'avaluació de totes les assignatures de l'EUPVG, a partir del període 1999/2000-1, haurà de ser un dels models següents

Model 1

$$QF = \sum_{i=1}^n C_i P_i$$

QF és la qualificació final de l'assignatura, sense arrodonir.
 C_i és la qualificació de cada acte avaluatiu considerat (teoria, problemes, o altres)
 P_i és el pes de cada acte avaluatiu considerat ($\sum P_i \geq 1$)
 n és el nombre d'actes avaluatius (n més gran o igual a 2)

Model 2

$$QF = \max(C_n, \sum_{i=1}^{n-1} C_i P_i)$$

QF és la qualificació final de l'assignatura, sense arrodonir.
 C_i és la qualificació de cada acte avaluatiu considerat (teoria, problemes, o altres)
 P_i és el pes de cada acte avaluatiu considerat ($\sum P_i \geq 1$)
 C_n és la qualificació de l'últim acte avaluatiu.
 n és el nombre d'actes avaluatius (n més gran o igual a 2)

Model 3

$$QF = \max(C_{n-1}, \sum_{i=1}^n C_i P_i)$$

QF és la qualificació final de l'assignatura, sense arrodonir.
 C_i és la qualificació de cada acte avaluatiu considerat (teoria, problemes, o altres)
 P_i és el pes de cada acte avaluatiu considerat ($\sum P_i \geq 1$)
 C_{n-1} és la qualificació de l'últim acte avaluatiu.
 n és el nombre d'actes avaluatius sense comptar l'últim (n més gran o igual a 2)

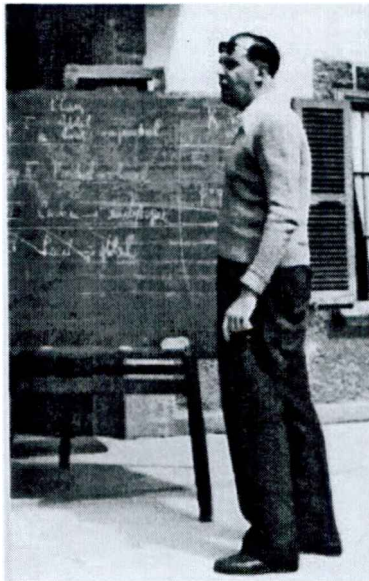
Aquesta informació va adreçada a l'estudiant i sembla ser que «és prou entenedora». Com es pot comprovar, no es contempla ni el treball en grup, ni pràctiques, ni...

Els arguments exposats avalen que cal una formació didàctica en el professorat de les universitats.

I. Formació didàctica del professorat universitari per a l'ensenyament de les matemàtiques a la universitat

Destaco el següent:

- Criteris d'accés aliens a raons docents: sobrecàrrega de crèdits, recerca...
- ... Adquirir conductes i patrons dels seus predecessors quan ells eren estudiants. Alguns patrons escollits els trobem en aquesta il·lustració:



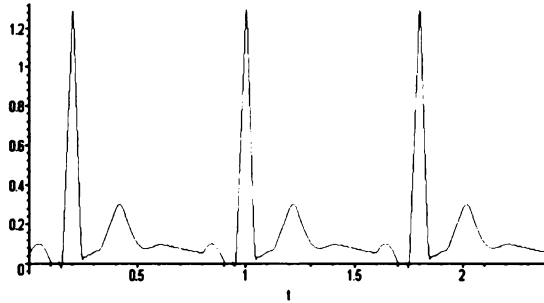
Dieudonné à un séminaire Bourbaki

Solucions

- «Solució»: els instituts de ciències de l'educació proposen cursos de formació per a professors en actiu, no per a «aspirants»; no preparen pel que s'ha de fer, sinó per modificar el que es fa (és difícil renunciar a hàbits adquirits).
- A secundària, els cursos dels instituts de ciències de l'educació van adreçats a la formació de professors de secundària i (pocs) a la universitària. Es demana el CQP o el CAP per a l'accés a la carrera docent. A la universitat no s'exigeix cap mena de curs previ.
- En algunes facultats de matemàtiques s'imparteix un mínim de crèdits de didàctica. Cal una sòlida formació matemàtica i una sòlida formació didàctica per impartir docència.
- El professorat que imparteix docència a usuaris caldria que realitzés a nivell cognitiu un curs previ de contextualització de la matèria i també metodològic: possibilitar usar les matemàtiques per aplicar-les a exercicis i problemes contextualitzats a l'especialitat.

Puig Adam apuntava: *Uno de los defectos fundamentales que tenía la enseñanza matemática para técnicos en los comienzos del siglo era su exceso de abstracción, su inconsciente apartamiento de toda aplicación inmediata al mundo real. Ello motivó, como es sabido, una intensa reacción antimatemática en las escuelas técnicas, que quedó rápidamente frenada en cuanto los mismos técnicos se dieron cuenta de que la culpa de su incapacidad no radicaba en la matemática en sí, sino en el modo como se les había enseñado. El cómodo pretexto «Ustedes verán cómo esto se aplica en...» rara vez tenía confirmación.* (P. Puig Adam, Cálculo integral, 1972.)

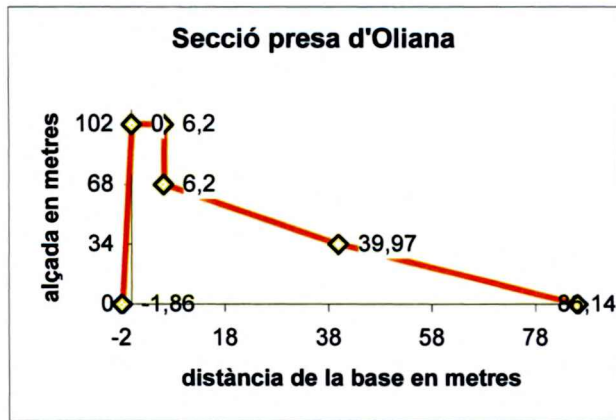
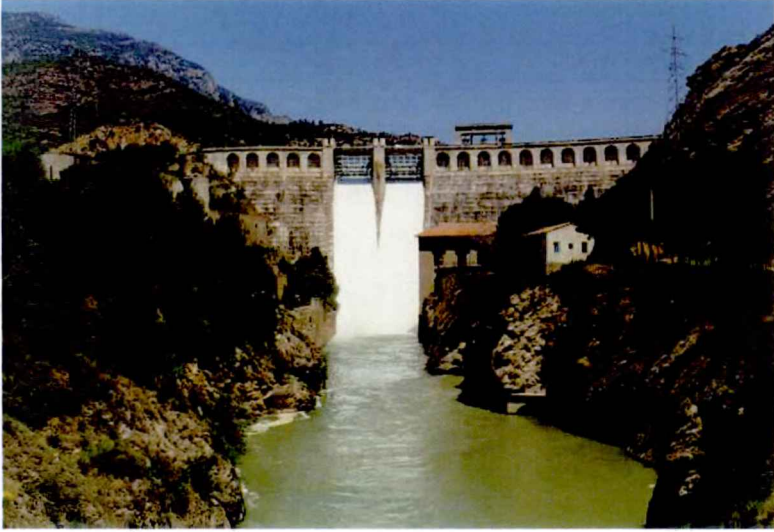
Alguns exemples motivadors i alhora de modelització els trobem en situacions com les que mostrem, on les matemàtiques juguen un paper rellevant: estudi d'electrocardiogrames, anàlisi del so, etc.



$$\left\{ \begin{array}{ll}
 .2 \sin(5.714285714 \pi t + .2702702703 \pi) - .1 & -t \leq 0 \text{ and } t < .08 \\
 \quad -2.5 t + .25 & .08 - t \leq 0 \text{ and } t < .1 \\
 \quad 0 & .1 - t \leq 0 \text{ and } t < .14 \\
 \quad -3 t + .42 & .14 - t \leq 0 \text{ and } t < .15 \\
 \quad 27.6 t - 4.17 & .15 - t \leq 0 \text{ and } t < .2 \\
 \quad -35 t + 8.35 & .2 - t \leq 0 \text{ and } t < .23 \\
 \quad -27.5 t + 6.625 & .023 - t \leq 0 \text{ and } t < .24 \\
 \quad .55 t - .108 & .24 - t \leq 0 \text{ and } t < .33 \\
 \quad 2.91 t - .8850 & .33 - t \leq 0 \text{ and } t < .39 \\
 .2 \sin(9.280742459 \pi t + .6493506494 \pi) + .1 & .39 - t \leq 0 \text{ and } t < .44 \\
 2 \sin(1.428571429 \pi t + .7369196758 \pi) + 2.075 & .44 - t \leq 0 \text{ and } t < .53 \\
 \quad .35 t - .114 & .53 - t \leq 0 \text{ and } t < .6 \\
 \quad -2.5 t + .25 & .6 - t \leq 0 \text{ and } t < .8
 \end{array} \right.$$

$$\text{plot} \left(\frac{.3195816819}{2} + \left(\sum_{n=1}^{50} \left(\cos\left(\frac{n 2 \pi t}{.8}\right) a_n + \sin\left(\frac{n 2 \pi t}{.8}\right) b_n \right) \right), t = 0 .. 2.4, \text{colour} = \text{red} \right)$$

Model analític d'un electrocardiograma real d'una persona sana de 40 anys i la seva aproximació amb 50 harmònics usant sèries de Fourier.



$$f(x) = \begin{cases} 0,012 \cdot x^2 + 2,25 \cdot x + 104,77 & 86,14 \geq x \geq 6,2 \\ 102 & 6,2 > x > 0 \\ 54,84 \cdot x + 102 & 0 \geq x \geq -1,86 \end{cases}$$

Nova figura de professorat de secundària

Neix de les escoles d'enginyeria que imparteixen docència en les noves àrees de coneixement (electrònica, electrotècnica, mecànica...). La figura de l'enginyer també està actualment impartint docència a universitaris. Vull adjuntar una petita declaració d'un titulat recent en enginyeria que professionalment es dedica a l'ensenyament.

«Bon dia. Sóc Josep Serrano i Roca, professor de Tecnologia a l'IES Dolors Mallafrè i Ros de Vilanova i la Geltrú. La meva formació acadèmica és la d'enginyer tècnic mecànic, especialitat en estructures metàl·liques, titulació obtinguda a l'escola universitària de Vilanova i la Geltrú. Una de les sortides professionals que ofereix aquesta titulació és la d'impartir classes a l'ensenyament secundari obligatori i postobligatori, ja sigui com a interí o amb l'ingrés a la funció pública, opció que vaig triar jo.

Ens trobem la llei de funció pública en matèria d'educació i ensenyament, que estableix que tot professor que no completi el seu horari laboral en l'especialitat adquirida ho haurà de fer en qualsevol de les altres matèries que s'imparteixen en el centre educatiu. Aquest és el meu cas i del meu centre, en el qual s'han intentat trobar matèries afins, com les matemàtiques i l'enginyeria. En aquests dos últims anys he hagut d'impartir una part del meu horari laboral en classes de matemàtiques a alumnes d'ESO (etapa 12-16 anys). Per tal de realitzar aquesta tasca docent he hagut de recórrer a gairebé tots els recursos com ara llibres, apunts, les TIC que ofereix el Departament d'Educació, etc., però és aquí on m'he trobat la formació didàctica adient en matèria de matemàtiques per tal de completar la tasca docent correctament.

Des del meu punt de vista, seria bo que aquesta didàctica matemàtica s'impartís com assignatura en les escoles d'enginyeria, ja que no només és una de les sortides professionals d'enginyer o d'enginyer tècnic com a docent, sinó també l'estret vincle entre matemàtiques i enginyeria.»

Segons dades del Departament d'Educació, dels 22.510 docents n'hi ha 2.016 amb la titulació d'enginyer (8,95%) i imparteixen docència a secundària en algun crèdit de matemàtiques. Adjunto la informació obtinguda del Departament d'Educació:

Total professors de secundària: 22.510

Total enginyers: 2.016

Detall per titulacions:

Enginyer Sup. Electrònic	16
Enginyer Sup. Organització Industrial	1
Enginyer Sup. Materials	3
Enginyer Sup. Química	5
T. S. Enginyer Agrònom	110
T. S. Enginyer Electrònic	6
T. S. Enginyer Camins	3
T. S. Enginyer Forestal	14
T. S. Enginyer Ind. (tèxtil)	3
T. S. Enginyer Ind. (electricitat)	64
T. S. Enginyer Ind. (mecànica)	53
T. S. Enginyer Ind. (metall)	1
T. S. Enginyer Ind. (organització ind.)	30
T. S. Enginyer Ind. (p. gràfica)	5
T. S. Enginyer Ind. (química)	20
T. S. Enginyer Ind. (tec. energètiques)	17
T. S. Enginyer Ind.	31
T. S. Enginyer Informàtica	31
T. S. Enginyer Telecomunicacions	60
T. S. Enginyer Geodèsia	1
Enginyer Tècnic Aeronàutic	1
Enginyer Tècnic Ind. (electricitat)	104
Enginyer Tècnic Elèctric	429
Enginyer Tècnic Industrial	78
Enginyer Tècnic Mecànic	241
Enginyer Tècnic Química Ind.	148

Enginyer Tècnic Hortofructicultura	8
Enginyer Tècnic Informàtica de Gestió	66
Enginyer Tècnic Informàtica de Sistemes	47
Enginyer Tècnic Agrícola	89
Enginyer Tècnic Telecomunicacions	109
Enginyer Tècnic Tèxtil	29
Enginyer Tècnic Forestal	8
Enginyer Tècnic Ind. Electrònica	51
Enginyer Tècnic Equips Electrònics	39
Enginyer Tècnic Mines	16
Enginyer Tècnic Obres Públiques	8
Enginyer Tècnic Disseny Industrial	5
Enginyer Tècnic Explot. Agropequàries	45
Enginyer Tècnic Ind. Agràries	11
Enginyer Tècnic Topografia	6
Enginyer Tècnic Ind. Paperera	2
Enginyer Tècnic Naval	2

Montserrat Guri, Directora general de Personal Docent, octubre de 2005

Cal també que les escoles d'enginyeria s'impliquin en la formació didàctica i no només en la tradició de formar personal qualificat per a la indústria. Caldria vetllar, doncs, per la formació didàctica també adreçada a enginyers.

II. Material docent i noves tecnologies: taller de matemàtiques

1. Complicitat del professor en les noves tecnologies, almenys a nivell d'usuari.
2. Innovació. Innovació no és un canvi de suport: cal incentivar més la tasca d'innovació docent i la implicació dels centres universitaris.

3. La presència de programes de càlcul simbòlic i numèric a la web millora les exposicions dels conceptes, enriqueix la comprensió i la visualització. Permet treballar en problemes reals.
4. Aquests elements enriqueixen les produccions acadèmiques dels estudiants i potencien la creativitat.

III. El pas de la secundària a la universitat

1. Els canvis curriculars de secundària (sis reformes en 28 anys) produeixen un nou escenari a la universitat.
2. Els «cursos zero»: una ignorància per part de la universitat dels canvis a secundària i per tant «un pegat». Al primer curs cal fer un currículum de continuïtat de secundària.
3. Cal potenciar el treball en grup, la interdisciplinarietat...
4. Poc coneixedors dels informes PISA.

En síntesi, el professorat ha d'estar preparat per assumir els reptes que presenta l'avenç tecnològic, cultural i metodològic que la societat actual ens ofereix.

IV. La modelització matemàtica

Una proposta vàlida per a l'ensenyament/aprenentatge

La construcció de models i l'ús de models per a l'ensenyament i l'aprenentatge (*problem solving*). La modelització es pot concretar partint d'un problema real que es planteja en termes tècnics i conduir a un problema matemàtic que culmina en la formulació d'expressions (per exemple, equacions) que descriuen el problema; tot seguit es resol el problema matemàtic i aleshores cal la interpretació de les solucions i la comparació amb la situació real.

La modelització provoca

1. Reforça el coneixement interdisciplinari, ja que involucra conceptes d'altres branques de coneixement, potencia l'esperit crític, la recerca d'informació i el treball en grup.
2. Destaca el caràcter formatiu de les matemàtiques i fomenta el gust per les mateixes i la motivació dels alumnes.
3. A nivell internacional, està força consensuat que la modelització és una eina útil i eficient per a l'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques. Exemples: CERME4, ICME, ICTMA12 (només de modelització).

Es pot consultar www.upc.edu/epsevg/modelitzacio.

V. Conclusions

Generals

És necessària la formació didàctica del professorat que imparteix matemàtiques en facultats i escoles de biologia, medicina, economia... i en particular a l'enginyeria, ja que actualment titulats recents d'enginyeria es dediquen a l'ensenyament. Per això *cal que aquestes facultats i escoles ofereixin aspectes de didàctica.*

Cal una formació didàctica, que hauria de ser assumida per les institucions, que reflecteixi la realitat secundària-universitat.

Cal un curs previ de contextualització i familiarització del lloc on s'impartirà docència.

Perfil didàctic del professor d'universitat

1. Coneixements de pedagogia.
2. Coneixements a nivell d'usuari de les noves tecnologies.
3. Coneixement de la realitat de secundària.
4. Coneixements de modelització matemàtica com a eina d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques.
5. Coneixements matemàtics contextualitzats en l'especialitat a la qual pertanyen els alumnes.
6. Coneixements bàsics dels continguts no matemàtics de l'especialitat.

Aquests punts poden ser motiu de debat, però es poden considerar com un *avantprojecte d'un curs que hauria de ser requisit per concursar a les places de professorat universitari*. De fet, és un repte per a la carrera docent.

Principis per a la millora

1. Qualitat pedagògica del professorat.
2. Necessitat de sistematitzar les estratègies didàctiques.
3. Exemples de l'ús de noves tecnologies com a recurs didàctic en la millora de la docència.
4. Necessitat d'un grau més elevat d'humanització en la docència de les matemàtiques a la universitat.
5. Innovació docent.

Un article per a la reflexió en el noble ofici d'educar, un missatge i un agraïment

Article

«Imagínese una escuela de natación que se dedicara un año a enseñar anatomía y fisiología de la natación, psicología del nadador, química del agua y formación de los océanos, costes unitarios de las piscinas por usuarios, sociología de la natación, antropología de la natación y, desde luego, la historia mundial de la natación, desde los egipcios hasta nuestros días. Todo esto, evidentemente, a base de cursos magistrales, libros y pizarras, pero sin agua. En una segunda etapa se llevaría a los alumnos-nadadores a observar durante varios meses a nadadores experimentados; y después de esta sólida preparación, se les lanzaría al mar, en aguas bien profundas, en un día de temporal invernal.» (Busquet, J. ¿Pueden fabricarse profesores? A: J. Busquet (ed.): *La problemática de las reformas educativas*. INCIE, Madrid, 1974, p. 50.)

Missatge

«Els professors haurien de tenir una preparació didàctica o pedagògica expressa per a l'ensenyament que efectuen. Hi ha molta gent que fan carreres sense la intenció d'ensenyar-les després i es troben a l'ensenyament per qüestions laborals. No s'hi senten bé ni estan preparats per fer-ho. L'ensenyament vol una predisposició personal i s'ha de reforçar amb una predisposició pedagògica que moltes vegades no hi és.» (Joan Triadú, Revista BIEC, n. 27, 2002.)

Agraïment

En homenatge als nostres mestres en el noble ofici d'educar. D'ells hem sigut aprenents i encara ens manca molt per aplicar de les seves lliçons. Gràcies Lluís Santaló; gràcies Paulo Abrantes; gràcies George Pólya; gràcies Pere Puig Adam; gràcies Miguel de Guzmán, gràcies Esteve Terrades... i tants d'altres.



És el meu desig que els elements exposats siguin profitosos per enriquir la reflexió i el debat, i que –al cap i a la fi– aquesta jornada s'esdevingui una petita contribució a la millora de la qualitat docent.

Canvis imprescindibles en la formació del professorat

Montserrat Torra Bitlloch
CEIP Renaixença, Manresa

Després d'anys de formació permanent del professorat des d'escoles d'estiu, instituts de ciències de l'educació, Departament d'Educació, en modalitats diverses (assessoraments, cursos, seminaris, grups de treball, etc.), en portem vint-i-cinc d'institucionals (és a dir, d'ençà del traspàs de competències d'ensenyament de l'Estat a la Generalitat) i abans més d'una desena en escoles d'estiu multitudinàries. Rosa Sensat als anys 70 era un formiguer, i a més hi havia altres escoles d'estiu a Lleida, Tarragona, Girona...

Hem de convenir que els resultats no acaben de ser els que es voldrien: es podria i s'hauria d'anar més enllà. La major part de les actuacions de formació que s'ofereixen consisteixen en una ampliació de coneixements i en la presentació de models d'activitats.

L'ampliació de coneixements en matemàtiques per als mestres d'infantil i primària no cal dir que és molt necessària; sovint la formació inicial ha estat ben fluixa en aquest sentit. I no és per fer una crítica al professorat de les universitats: les hores dedicades a matemàtiques són molt poques en la majoria de les especialitats, i en algunes gairebé inexistent. Però

l'ampliació de coneixements no és sobrer per a ningú: sempre hi ha coses per aprendre en aquest nivell i això fa que, en la formació permanent, aquest tema no es pugui passar per alt.

La presentació de models d'activitats és de les coses que més agrada dels cursos, i val a dir que es presenten activitats i experiències molt interessants que conviden descaradament a canviar les formes de treballar. Generalment els mestres se'n van del curs amb moltes més idees i amb la ferma intenció de posar-les a la pràctica, comptant que així, de mica en mica, aniran fent pòsit d'una manera de treballar diferent.

El que cal veure, però, és què en queda al cap d'un temps, dels bons propòsits. Llevat d'honroses excepcions, el que passa en molts casos és que l'embranchida inicial disminueix i es va esmorteint, fins que es torna a les activitats i a la manera de fer de sempre. I és que fer canvis en la manera de treballar és molt difícil, i molt més si s'han de fer sense ajuda.

No es tracta pas d'una crítica a la mena de formació que es fa. Ben al contrari, segur que continua essent necessària; però també cal reconèixer que amb això no n'hi ha prou. Hi ha massa gent que es perd pel camí, que inicia un canvi i no el pot acabar de consolidar.

Anem a veure unes quantes activitats suggerents per pensar en els reptes que plantegen a un mestre o a una mestra que les intenti posar a la pràctica a la seva classe.

***La coca que cal partir per donar-ne un tros a cada nen de la classe.
Ús d'un paper per a modelar.***



Aquesta activitat, que es va realitzar a l'escola de la Vila Olímpica amb nens i nenes d'educació inicial, té molta grapa i és adaptable a altres nivells.

- En primer lloc, parteix d'una situació real: cal partir la coca; hem de poder-ne menjar tots, i tots tenim ganes de menjar-nos-la. La mestra dirigeix la pregunta als nens: com ho podem fer per tallar-la i que n'hi hagi per a tothom?
- Davant de la dificultat de trobar la solució mentalment i explicar com s'ha fet verbalment, la mestra dóna una ajuda: un full de paper ens

permetrà simular els talls i veure què passa. Segons l'edat, el full ha d'adaptar-se més o menys a la forma i al tamany de la coca, i la simulació l'haurà de fer la mestra seguint les explicacions dels nens, o ho podran fer ells sols o en petits grups.

- Si els talls travessen tota la coca, queden molt estrets i es podrien trencar. Com ho podem fer, perquè això no passi? Aquesta és una clara invitació a partir la coca de cap a cap, de manera que els talls siguin més curts i més amples.
- Si dobleguem el paper a base de fer-ne meitats, alguns números no sortiran i caldrà arrodonir. Es pot arrodonir per dessota en aquest cas? Quins números poden sortir? Ho podríem aprofitar per treballar la divisibilitat.
- Considerem el tema dels extrems? Els talls dels extrems no seran iguals; com ho farem? S'obren així més possibilitats de solució. Ara es tracta de compensar: depenent de l'edat, pot ser un simple comentari o un veritable problema de superfície. El paper ho permet.
- Poden fer sortides inesperades, per exemple: «no passa res, hi ha nens que no els agrada gaire la coca; ells es poden menjar aquests talls més petits» o bé «repartim el tros ample i guardem les puntes per poder repetir», respostes que la mestra ha de retornar al grup per veure si hi ha acord, de manera que potser ens prometíem un treball i en surt un altre, o s'ha de presentar de manera diferent i en lloc de dir que n'hi hagi per a tothom cal dir que tothom en tingui un tros igual.

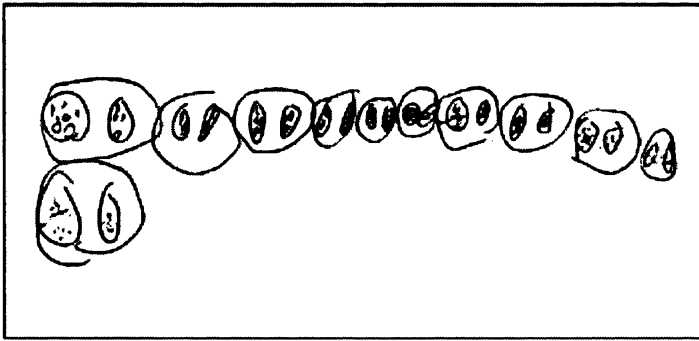
Per fer aquesta activitat, la mestra ha de:

- Saber captar el moment (veure que l'activitat pot ser interessant).
- Saber fer preguntes.
- Conduir el grup mentre participa.
- Recollir suggeriments i encarrilar-los.
- Retornar les preguntes en lloc de contestar-les.

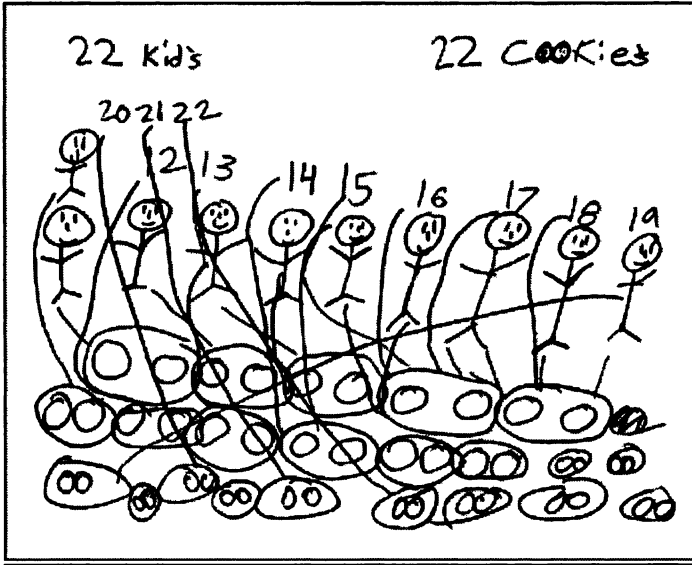
- Decidir si vol mantenir el gran grup o fer grups petits.
- Oferir ajudes com la de donar un tros de paper per experimentar.
- Respectar que el tema se'n vagi del que es tenia previst i entomar situacions per a les quals no es tenia res pensat.

Tot això no és fàcil fer-ho, i no ens n'ha ensenyat ningú. Quan es fa les primeres vegades, la inseguretat és molt gran. A la primera no li surt a ningú i costa d'analitzar el que s'ha fet i corregir-ho per a una propera vegada. Si no es pot comentar amb ningú, no contrastem maneres de veure-ho. És fàcil desanimar-se i deixar-ho córrer.

Quantes magdalenes s'han de fer si en volem dues per a cada nen de la classe? Un exemple de Math Solutions.

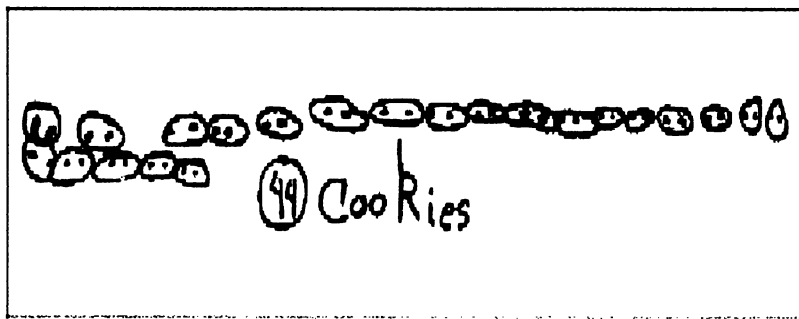


Un dels nens dona aquesta solució, que com veiem només considera 11 nens. La mestra haurà de preguntar-li si creu que hi ha prou magdalenes i quantes n'hi haurà per a cada nen si optem per aquesta solució, o demanar a la resta del grup si els sembla que la solució té en compte que cada nen tingui dues magdalenes.



En aquesta altra solució, el nen va començar a dibuixar els 22 nens de la classe. Es pot veure que, després de dibuixar-ne uns quants, continua escrivint els nombres en lloc de dibuixar nens, ja que no li caben. És una mostra de com representar serveix per adoptar solucions cada vegada menys figuratives.

Malgrat que la representació és correcta, el nen escriu 22 nens, 22 magdalenes, i la mestra l'ha de fer tornar a comptar perquè s'adoni que n'ha dibuixat 44.



Finalment, aquí hi ha una solució correcta amb 22 grups de dues magdalenes i la notació 44 correcta.

En aquest cas, el plantejament és molt semblant: la mestra proposa als nens que diguin quantes magdalenes calen perquè en pugui menjar dues cada nen de la classe.

- Aquí la resolució és més individual: es tracta d'afavorir la representació en lloc d'exigir l'ús dels nombres i de les operacions abans d'hora. Es proporciona a cada nen un full perquè ho resolgui de la manera que cregui convenient.
- És important no orientar més del que sigui imprescindible ni donar la solució, i en els casos que la solució no sigui la correcta, fer-los una pregunta que els en faci adonar.
- També és important que mostrin la seva manera de resoldre-ho, per tal que els altres puguin opinar i fer aportacions.

Resulta més difícil del que sembla conduir bé una situació com aquesta.

***Transformem un prisma en piràmide.
Activitat publicada per Carme Burgués.***



En aquest cas, l'activitat que es proposa és manipulativa: han construït un prisma i es proposa que el transformin en una piràmide. No els donem cap indicació de com ho han de fer, per tal d'afavorir que en surti més d'una. En acabat en parlarem tots junts.

Parlar de matemàtiques és molt important, no només per afavorir que usin un llenguatge acurat sinó també per acompanyar el pensament matemàtic, que en expressar-se verbalment s'estructura, es concreta i es fixa molt més que si queda en un estat més intuïtiu.

La conversa podria anar així:

- Què heu fet?
- *Hem retallat les arestes.*
- Totes les arestes?
- *No, les de la base no.*
- Però, abans de retallar les arestes, què havíeu fet?

- *Treure la base.*
- Què més heu fet?
- *Hem convertit cada cara en un triangle.*
- Com és aquest triangle? És un triangle rectangle? Doncs, si no, com és? Per què es diu així? Etc.
- Què ha sobrat?
- *Una de les bases.*
- I què més?
- *Alguns retalls més...*
- Llavors, algú pot dir quina de les dues figures té més superfície?

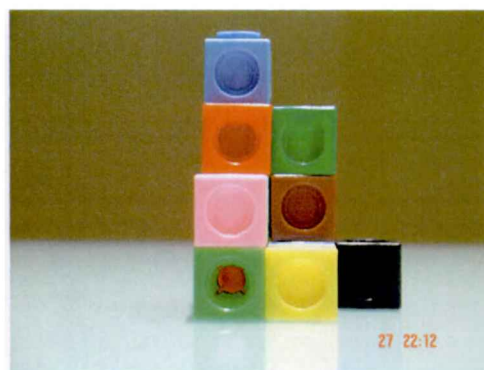
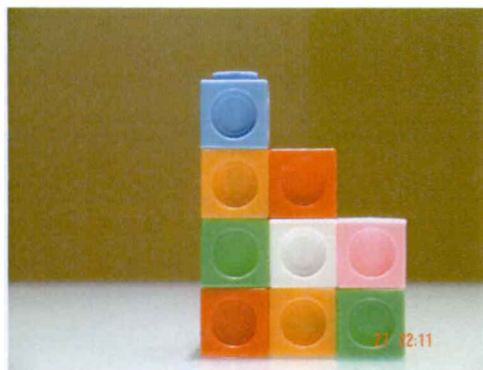
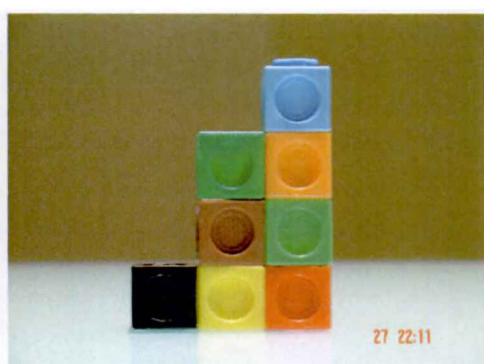
Una proposta així fomenta la decisió, la iniciativa, la planificació, ajustar-se a la demanda, verbalitzar, reconèixer les característiques per exemple del triangle i usar vocabulari adequat per fer-ho...

La mestra potser haurà d'ajudar en el moment de la construcció:

- Haurà de fer les preguntes pertinents per fer explicar el procés.
- Haurà d'aprofitar l'ocasió que es dóna per fer-los concretar característiques dels triangles, fent-los adonar que el triangle és isòsceles a partir de fer les preguntes oportunes.
- I finalment, tenir la gràcia de fer la pregunta sobre la superfície per veure si dedueixen que, si ha sobrat cartolina, llavors és que el prisma tenia més superfície que la piràmide. I això ho poden saber sense comptar.
- Encara podríem estirar per veure si s'adonen que els dos retalls que han sobrat de cada cara tenen la mateixa superfície que la cara de la piràmide i així podrien deduir que la superfície de la piràmide és exactament la meitat que la del prisma. I el volum?

***Reproduir una figura a partir de fotos de les seves cares.
Aquesta és una proposta de l'Institut Freudenthal d'Holanda.***

Mostrem una construcció feta amb *Multilinks*; a continuació s'amaga i es proporcionen als nens quatre fotos de la construcció, una de cadascuna de les cares, i se'ls convida a construir-la a partir de les fotos.



Reproduir la figura a partir de les fotos de les quatre cares requereix iniciativa i sobretot planificació. Els nens han de decidir per on comencen, com reconeixeran la foto de la cara que enllaça amb la que han acabat de fer, etc.

És una bona activitat per fer en grup, per col·laborar en aprendre a buscar un procediment, i té l'avantatge que si no se'n surten tenen la possibilitat de recórrer a fer-ho amb el material real.

La mestra haurà de tenir molta cura de fer les preguntes adequades si veu que hi ha un moment de desorientació. Els colors dels cubets són diferents per tal d'ajudar, i la mestra els en pot fer adonar. I oferir el recurs de passar de la foto a la construcció real si arriba el moment que no se'n surten.

Aquests són uns quants exemples d'activitats de les que es poden veure en un curs i que plantegen moltes dificultats de gestió a un mestre que intenti fer-les sense ajuda. El canvi que es demana per passar de les classes típiques, on hi ha un llibre de text o uns fulls elaborats pel mestre i on el mestre explica la mena d'activitats que es proposen, és molt i molt important i difícilment un mestre el farà tot sol.

Jesús Mari Goñi, de la Universitat del País Basc, fent un símil gastronòmic, diu que en els cursos es presenten als mestres activitats que són «*Delicatessen*» i els mestres el que necessiten són recursos per donar cada dia de menjar encara que sigui «menú». No sé si podem donar *Delicatessen* cada dia, però almenys hauríem d'aconseguir que el menú seguís una dieta equilibrada, i que les *Delicatessen* no fossin tan excepcionals.

De fet, no es presenten aquestes activitats per llüiment del formador. Es presenten perquè sabem que els aprenentatges que es produeixen en aquestes condicions tenen un valor afegit sobre els altres, ja que:

- Són activitats que tenen context, i el que s'aprèn en un context té moltes més possibilitats de ser utilitzat en situacions reals, perquè se'n recorda la utilitat, el procés i com es va arribar a l'objectiu.
- Totes tenen una part en la qual el nen *ha d'actuar*: ha de fer alguna cosa per resoldre la situació.

- Estan plantejades de manera que afavoreixen l'autonomia. No depenen de l'explicació del mestre ni de la seva aprovació. El mestre els qüestiona a ells i els encamina a trobar solucions, però són ells els que recorren el camí. No són les situacions en les quals el mestre fa una pregunta i el nen, més que buscar la resposta, es pregunta quina resposta està esperant el mestre.
- Fomenten la creativitat. Hi ha moltes maneres de resoldre una cosa i se'ls dóna confiança en cercar-ne una que els sembli assolible. És molt més fàcil, doncs, que les solucions que trobin s'ajustin a la seva capacitat i a la pròpia manera d'enfocar les coses.
- Són activitats que comporten molta vivència de grup; per tant, promouen la interacció amb els altres. Després de trobar una solució, cada nen veu la que han trobat els altres; se li demana opinió sobre si determinades solucions li semblen correctes; viu com l'aportació de tots porta a un resultat més adequat, fent així un aprenentatge més ric, etc.
- Inciten a buscar informació i recursos, a provar de representar, a comprovar, etc.

Tots sabem que les matemàtiques no s'aprenen per transmissió, sinó que cadascú se les ha de «construir». Hauríem de tendir, doncs, a plantejar cada vegada més activitats d'aquesta mena, ja que, a més de generar aprenentatges més complets, donen les eines per continuar aprenent.

Sabem prou bé, i ho anem constatant any rere any, que en les proves de competències bàsiques hi ha molts nens que no se'n surten perquè no tenen prou autonomia, o perquè no reconeixen en les situacions que es plantegen coneixements que tenen de sobres treballats, o perquè no estan acostumats a buscar estratègies pròpies per arribar a resultats. Necessitem endegar una formació que ajudi el professorat a progressar en aquesta direcció per aconseguir una educació matemàtica útil per a la vida real. Una formació que doni suport al professorat que emprengui aquest canvi en la manera de fer les coses. Ha de ser una formació que vagi més enllà del típic curs on

s'expliquen coses; que el formador o la formadora prengui el paper de moderador, d'incitador, de persona que dóna suport al canvi, perquè el canvi no és un fet puntual: és un procés, que cal seguir i encoratjar.

Igual que sabem que els nens aprenen millor si es parteix de les seves necessitats i interessos, si se'ls dóna la possibilitat de participar, si estan en grup i intercanvien solucions i les contrasten, etc., els mestres no hem de pensar que perquè hem llegit o escoltat alguna cosa, això ens ho hem fet prou nostre, s'ha instal·lat al nostre cervell i l'endemà anirem a la classe, ho farem i tot sortirà bé.

Necessitem una formació per als mestres

- que parteixi de l'activitat real de classe, del que estem fent, de com ho podem millorar (context);
- que, en lloc de donar explicacions, ajudi el mestre a formular-se preguntes i proporcioni ajudes per trobar solucions (autonomia);
- que no tingui unes solucions preconcebudes, sinó que doni confiança per cercar les que cada mestre consideri assolibles (creativitat i ZDP);
- que es plantegi en grups d'iguals, de manera que l'ajuda i l'opinió dels altres faci veure aspectes que potser un sol no veu, a compartir recursos i preocupacions (interacció) i ajudi a mantenir la constància en el canvi;
- que sigui un motor d'aprenentatge en didàctica, però també en continguts.

Perquè els mestres (com els nens, com els universitaris, com tothom qui té reptes professionals) aprenem de la mateixa manera. En un primer moment necessitem algú que ens doni la mà i ens encarrili, i després ja podem anar aprenent sols. El que volem per a l'alumnat també ho volem per a nosaltres. Si estem convençuts que així s'aprèn millor, per què no ens ho apliquem?

I no es tracta d'una formació que només afecti a *com* ensenyar. Ben al contrari, cal conèixer bé els continguts que s'ensenyen per poder formular les preguntes adequades, les que portin a allò que és essencial, i per reconduir les situacions noves i imprevistes que es poden presentar.

Ha de ser una formació, per tant, que estigui estretament relacionada amb l'àrea, tant pel contingut com per la forma d'ensenyar, perquè és diferent ensenyar matemàtiques que ensenyar llengua o ciències. Els processos que es segueixen són propis de cada àrea.

Pere Darder, en la inauguració d'un curs d'especialitat en educació especial, ja fa anys, a la UAB, va felicitar els assistents dient-los que els seus alumnes estaven de sort de tenir-los de mestres, perquè –els va dir– «Sou mestres i veniu a aprendre; els mestres hem de continuar aprenent sempre, perquè hem de tenir clar que el que ja no aprèn, tampoc no ensenya». Però, a més, si els mestres no anem fent aquest canvi que donaria un *plus* de qualitat a la nostra escola, no hi ha cap altra manera de fer-lo. No es pot fer a partir d'una llei o d'un nou currículum.

Andy Hargraves, del Centre Internacional per al Canvi Educatiu d'Ontàrio (Canadà), diu, referint-se als governs que pensen que les coses canvien si ells canvien les lleis o els currículums:

«Senyors, encara que vostès legislin,

- si el professor no ho pot fer, no es pot fer;
- si el professor no sap com fer-ho, o a l'hora de la veritat no se sent segur fent-ho, no es pot fer;
- si el professor no està disposat a fer-ho, no es pot fer;
- i finalment, si el professor ha de fer massa coses, no les farà bé. »

Es tracta, doncs, de convèncer, de donar eines, de donar suport i de valorar els progressos. Les coses no canviaran de la nit al dia, ni canviaran per un canvi de currículum. Canviaran si es dóna suport al canvi en la manera de gestionar la classe dels professors, i ens cal formació per fer-ho. Jo crec que aquest és un canvi imprescindible en la formació del professorat.

Hi ha, però, una altra línia de formació que crec que cal cobrir. Consisteix a mantenir relació entre la recerca universitària i l'escola. Aquesta línia de formació – que sembla que ja s'ha iniciat, ja que hi ha convocatòries d'ajuts a equips d'investigadors mixtos (universitat i professorat no universitari) – s'hauria de potenciar.

A l'escola hi ha mestres que treballen amb temes de gruix per a l'aprenentatge de la matemàtica:

- l'aprenentatge de la numeració posicional;
- la visualització en geometria;
- la resolució de problemes;
- etc.,

i que ho fan molt i molt bé, però que no tenen xarxa per discutir-ho ni per veure què es pot millorar o què es pot generalitzar. Les situacions que se'ls presenten serien un bon punt de partida de treballs de recerca a la universitat, que haurien de complir dues funcions:

- Una, donar suport tècnic tant en la vessant de continguts com en la de formes d'intervenció i per tant col·laborar en la formació en acció dels mestres implicats.
- L'altra, generar coneixements teòricament ben fonamentats i alhora ben ancorats a la realitat, que s'incorporin al circuit de formació inicial i permanent. És a dir, engruixir l'aportació des de les nostres universitats a les ciències de l'educació.

Es tractaria, doncs, de posar en contacte mestres i persones de l'àmbit de la recerca, per tal d'establir una col·laboració que els beneficiï mútuament.

Hi ha un programa anomenat Comenius, dirigit pel professor Heinz Steinbring de la Universitat de Dortmund, del qual podeu trobar referències a Internet. Ell mateix el va presentar a l'ICME 10 i concreta aquesta mena de formació a la qual em refereixo. Es tracta, en aquest cas, d'un grup d'iguals, mestres de 3r de primària, de tres països diferents, que amb l'ajuda de persones enteses en el camp de la didàctica de la matemàtica aprofundeixen en un aspecte que estan ensenyant.

H	T	O
2	47	14

Es tracta de passar d'unitats a desenes i de desenes a centenes per escriure la notació resultant d'una suma en forma de número natural.

Discuteixen –sobre la base de documents filmats, fotos de les pissarres escrites, gravacions del que han dit i fet– com podrien millorar la seva intervenció.

Per exemple, un nen llegeix la quantitat dient que és el 24.714 i un seu company li diu «No, hi ha 14 unitats (*ones*) i no n'hi pot haver 14: el deu s'ha de passar a les desenes (*tens*) ». Llavors el primer nen passa el deu a les desenes i diu que ara tenim 57 desenes.

S'havia d'haver intervingut, aquí? Si la mestra hagués intentat que en lloc de dir el 10 s'hagués dit la desena, hauria estat més fàcil que en lloc de 57 desenes n'haguéssim tingut 48?

Hi ha una forma de plantejar-ho més facilitadora de la comprensió? Quin és el vocabulari més adequat per ajudar la comprensió?

Cadascun dels mestres ho prova; es revisa, es comparteix i es va arribant a conclusions que són alhora recerca que es podrà utilitzar per orientar la formació inicial i permanent sobre el tema.

..

$$\begin{array}{r} 338 + 257 = 595 \\ \hline 8 + 7 = 15 \\ 30 + 50 = 80 \\ 300 + 200 = 500 \end{array}$$

+

H	T	O
3	3	8
2	5	7
5	8	15
5	9	5

Es plantegen també els avantatges i els inconvenients de cadascuna de les dues representacions de la suma, etc.

Al nostre país hi ha gent que està en situació de poder col·laborar en recerques d'aquesta mena i de fer-ne un motor de la pròpia formació permanent, alhora que ajudaria que la recerca s'acostés a la realitat de l'aula, cosa que indiscutiblement la faria més útil per a l'escola.

Aquests dos són els canvis que a mi em semblen imprescindibles en les etapes d'infantil i de primària. En aquest moment hi ha consciència de la necessitat de canviar la manera de fer en matemàtiques. Les proves de competències i els resultats del PISA hi han contribuït, i ja és hora que la universitat i l'escola facin front comú en el canvi.

Cap a l'espai europeu d'educació superior en matemàtiques

Sebastià Xambó

Universitat Politècnica de Catalunya

APUNT HISTÒRIC

El 1514 Albrecht Dürer (1471-1528) dibuixa *La Malenconia*, una alegoria de la «virtut intel·lectual». En el gravat abunden les referències matemàtiques, i molt especialment les geomètriques. Aquestes referències són el mitjà estètic que l'autor escull per expressar que per a ell *la Geometria era la disciplina amb la qual esperava assolir la perfecció en el seu treball*. És el principi segons el qual un coneixement especialitzat i subtil és essencial per arribar a ser competent en una determinada art.

Si el gravat de Dürer es pot veure com una anticipació de l'Europa del coneixement, l'obra *Europae dissidiis et bello turcico* (1526) de Joan Lluís Vives (1492-1540) es pot entendre com una anticipació de l'Europa unida i és remarcable que les dues idees han estat feliçment combinades en un grup escultòric situat a la plaça de Bruges de València. En aquest grup, obra de Mateu, el bust de Vives «contempla» una versió en pedra de la figura polièdrica del gravat de Dürer, figura que adquireix doncs el poder de simbolitzar la Unió Europea. Aquesta manera d'interpretar el grup escultòric es veu reforçada per la visualització de les arrels mítiques,

històriques, culturals i religioses d'Europa mitjançant diversos elements geomètrics situats a la base del poliedre.



Escau recordar que la xarxa d'universitats dels territoris de parla catalana porta el nom de Joan Lluís Vives, la qual cosa no pot ser més escaient si es tracta de subratllar una unitat en el si d'una Europa polièdrica que esperem que hagi superat per sempre les dissidències a les quals al·ludia Vives i en la qual, sintonitzant amb Dürer, es pugui seguir fent honor al coneixement com a base de la civilització.

PINZELLADA FILOSÒFICA

El caràcter de les societats depèn en gran mesura de la natura de les organitzacions que s'hi poden desenvolupar i de les interaccions d'aquestes organitzacions amb els individus o entre elles.

La il·lustració d'aquest punt de vista que volem destacar aquí resulta de comparar les societats sorgides en l'estela de la Revolució Industrial amb les «societats del coneixement» que estan emergint en els països desenvolupats.

La noció de societat del coneixement fou proposada fa més de quaranta anys per Peter Drucker (vegeu, per exemple, *The Essential Drucker* (2002) o la seva traducció al castellà publicada el 2003 per Edhasa amb el títol *Drucker esencial – los desafíos de un mundo sin fronteras*). Mentre l'organització típica de la societat industrial és la fàbrica, en la qual treballen assalariats als quals no cal més que una instrucció molt bàsica, el tipus d'organització dominant en una societat del coneixement està formada per equips de persones amb coneixements especialitzats i competències que resulten adequades per a l'assoliment de les finalitats de l'organització.

La societats occidentals no eren certament societats del coneixement a principis del segle XX, ja que més del 95% dels treballadors eren no qualificats, però la situació és totalment diferent a principis del segle XXI. Els països que han fet més camí en aquesta direcció són els Estats Units i Canadà, on més d'un 50% dels treballadors tenen una titulació superior. Segueixen Europa i Japó, però val a dir que no assoliran un nivell semblant de titulats superiors fins al 2020, i això suposant que les reformes en marxa tinguin èxit.

És important adonar-se que la riquesa de les societats industrials occidentals s'ha basat fonamentalment en la capacitat d'augmentar constantment la productivitat, i que això serà també cert en les societats del coneixement. Com que el secret de l'augment de la productivitat rau en la innovació contínua, sigui en tecnologia o en gestió, en resulta que el factor bàsic per a la creació de riquesa és la innovació. En la societat del coneixement, per tant, contribuïm a crear riquesa en tant que som capaços d'innovar en relació als propòsits de les organitzacions de les quals formem part.

Atès, però, que la vida de les persones tendeix a allargar-se, mentre que el temps que cal per assolir els objectius concrets en una organització tendeix a disminuir, queda palès que la natura de la relació de l'individu amb les organitzacions de la societat del coneixement és de necessitat radicalment diferent de la que ha subsistit fins fa poc.

Per dir-ho ras i curt, en la societat del coneixement caldrà, si una persona vol ser productiva en el sentit esbossat, que sigui capaç d'aprendre durant tota la vida, cosa que sovint es resumeix dient que ha de tenir la disposició a aprendre, o que ha d'aprendre a aprendre.

Les conseqüències per a l'organització de la formació són també clares. Si l'alumne ha d'aprendre a aprendre, el processos formatius hauran d'estar orientats a la inserció laboral, centrats en l'aprenentatge de l'alumne i s'hauran de valorar per les competències assolides al final dels seus estudis. Val a dir que aquests principis, i la necessitat d'emprendre reformes per a fer-los efectius, són avui acceptats d'una manera molt general.

MARCS CONCEPTUALS I POLÍTICS

Analitzat el paper de la formació superior en la societat del segle XXI en diversos informes, tots fàcilment accessibles per Internet (Delors, Morin, Dearing, Bricall...) i establerta la visió compartida que la Unió Europea esdevingui el 2010 la societat del coneixement més dinàmica del món (Lisboa 1997), les línies directrius de la reforma són elaborades en les successives cimeres dels primers ministres dels països membres de la Unió Europea: Bolonya 1998, Berlín 2003, Bergen 2005, Londres 2007, etc.

Les cimeres també fan un seguiment de l'estat d'assoliment de les directives anteriors. Per exemple, en la cimera de Bergen es va reafirmar que l'organització dels estudis superiors seria en dos cicles (grau i màster), en la necessitat de seguir avançant en l'assegurament de la qualitat i en el compromís de reconèixer, via el sistema de l'«European Credit Transfer System» (ECTS) i de l'anomenat suplement del diploma, els estudis cursats en qualsevol estat membre (vegeu el document *ECTS User's Guide: European Credit Transfer and Accumulation System and the Diploma Supplement* publicat el 2005 pel «Directorate-General for Education and Culture»). En el cas de Londres 2007, hi participaran els 45 països que han adoptat el procés de Bolonya i un objectiu primordial serà debatre la «dimensió externa»

d'aquest procés. Per a més informació, podeu visitar el web de l'«European University Association» (www.eua.be).

A l'estat espanyol, les iniciatives més destacables han estat la Llei Orgànica d'Universitats (LOU) de 2001, el procés en curs de reformes substancials d'aquesta llei, el decret sobre els sistema de crèdits ECTS i els decrets sobre el grau i el postgrau. També es va impulsar, via l'ANECA («Agencia Nacional para la Evaluación de la Calidad y la Acreditación»), l'elaboració de llibres blancs de les diverses titulacions (en el cas de les matemàtiques, l'elaboració va anar a càrrec de la Conferència de Degans i Directors de Matemàtiques, CDM).

A la tardor de 2005 les previsions eren que el 2007 s'hauria completat el catàleg de graus, però el cert és que les coses estan anant d'una altra manera. Si bé a principis de 2006 es van donar a conèixer propostes de directrius pròpies de diversos títols, directrius que en el cas del Grau de Matemàtiques eren força consistents amb el Llibre blanc de la CDM, la realitat és que ni tant sols s'arribà a obrir un termini reglamentat per a la presentació d'esmenes. A més, els canvis ministerials de la primavera han tingut com a conseqüència una aparent congelació del procés i una incertesa preocupant sobre les intencions de les actuals autoritats en relació a titulacions com ara la del Grau de Matemàtiques.

A Catalunya les fites més importants han estat la creació (1996) i primeres actuacions de l'Agència de Qualitat del Sistema Universitari de Catalunya (AQU), la Llei d'Universitats de Catalunya (LUC), les convocatòries de proves pilot de graus i de màster, l'impuls de programes de màster internacionals de qualitat (Erasmus Mundus) i el programa de màsters que s'iniciarà el curs 2006-2007. Malauradament, els diversos canvis en el govern de Catalunya, i la consegüent paràlisi del Consell Interuniversitari de Catalunya, no han fet més que afegir incertesa i preocupació a la generada per la situació del MEC.

QÜESTIONS DE QUALITAT

L'avaluació, l'acreditació i la certificació de la qualitat (de titulacions, programes de doctorat, serveis, professors...) tenen un paper fonamental en el nou enfocament de l'educació superior. Aquestes funcions estan encomanades a «agències de qualitat» com ara l'AQU, d'àmbit català, l'ANECA, d'àmbit estatal, i l'«European Network for Quality Assurance in Higher Education» (QAHE), d'àmbit comunitari.

Entre les moltes publicacions d'aquestes agències, i que es poden trobar a les corresponents webs, cal esmentar el document *Standards and Guidelines for Quality Assurance in Higher Education*, referència obligada per a les altres agències. De l'AQU podem destacar el *Butlletí d'informació sobre la qualitat universitària* (el darrer número aparegut, corresponent a juliol-setembre de 2006, és el 29), la sèrie de *Marc general* (per exemple, per a la *Transició dels estudiants de batxillerat a la universitat*, o per al *Disseny, seguiment i revisió de plans d'estudis*, o per a l'*Avaluació dels aprenentatges dels estudiants*), i una sèrie metodològica amb diverses «Guies» (com per exemple la *Guia d'avaluació d'ensenyaments universitaris*, 2004).

En general, a les universitats es fan esforços per desenvolupar el procés de Bolonya. Per exemple, s'està adoptant el sistema de crèdits ECTS; cada cop hi ha més centres amb les guies docents adaptades a les noves directrius, i el setembre del 2006 es posen en marxa un bon nombre de programes de màster dissenyats, fins on ha estat possible en les actuals circumstàncies, d'acord amb les directrius de l'espai europeu d'ensenyament superior. El gran tema pendent a les nostres universitats, per bé que per causes que els són alienes, és la implantació dels graus.

Taula rodona

La formació del professorat de matemàtiques: d'infantil a la universitat

Participants:

Joan Badia

Subdirector general de Formació Permanent i Recursos Pedagògics,
Departament d'Educació, Generalitat de Catalunya

Pilar Figueras

Professora d'educació secundària, IES Vila de Gràcia, Barcelona

Josep Gascón

Professor d'educació secundària i d'universitat, Universitat Autònoma
de Barcelona

Montserrat Torra

Professora d'educació primària, CEIP Renaixença, Manresa

Sebastià Xambó

Professor d'universitat, Universitat Politècnica de Catalunya

Moderador:

Jordi Deulofeu

Professor d'universitat, Universitat Autònoma de Barcelona

1. Introducció

Com en els dos anys anteriors, la sessió de la tarda de la Trobada va consistir en una taula rodona, dedicada enguany al tema de la formació del professorat de matemàtiques dels diferents nivells educatius. Per tal d'intentar avançar en un tema tan complex i d'actualitat com és el de la formació del professorat, tant inicial com permanent, de tots els nivells i, en particular, en el tema específic de la formació inicial del professorat d'educació secundària, s'havien encarregat cinc articles d'opinió, que van aparèixer publicats a la revista SCM/Notícies (núm. 21, juliol de 2005) i que es van repartir a tots els assistents a la Trobada. A més, s'havia creat un fòrum electrònic de debat que incloïa, com a material inicial, una versió electrònica dels cinc articles esmentats.

Aquestes iniciatives tenien com a objectiu continuar el debat de la taula rodona sobre el mateix tema que s'havia realitzat dins de la trobada de l'any anterior i, al mateix temps, oferir un punt de partida i una possibilitat de participació molt més dilatada en el temps i per tant més àmplia. Com a complement del fòrum i dels articles esmentats, s'ofereix a continuació una síntesi dels aspectes més rellevants de les intervencions dels participants a la taula rodona.

2. Intervencions dels membres de la taula

El moderador de la taula rodona, després de recordar les iniciatives que s'acaben de descriure, va avançar algunes de les qüestions principals plantejades al voltant de la formació del professorat de matemàtiques, tant inicial com permanent. Després de presentar els participants a la taula, els va demanar que intentessin avançar en el tema procurant aportar propostes concretes.

2.1. Joan Badia

Una anàlisi de la situació actual, pel que fa a la formació inicial, passa per constatar que la formació dels futurs mestres d'infantil i de primària és insuficient. En particular, la seva formació en matemàtiques i en didàctica és escassa, i els actuals plans d'estudis de magisteri, que estan plens de continguts psicopedagògics –que segurament són necessaris– no donen una resposta adequada per a ensenyar matemàtiques. Ens podem trobar amb la paradoxa que vagin a fer de mestres persones per a les quals la formació matemàtica es va acabar a 4t d'ESO, i això no es pot sostenir.

Pel que fa a la secundària, s'ha de dir que la formació inicial actual no és professionalitzadora, és a dir, el professorat que arriba als centres té una formació escassa per a la professió i en molts casos la formació que ha rebut a la universitat té poca relació amb allò que necessitarà. A més, l'accés a la professió ens indica que molts professors de matemàtiques de secundària no han estudiat matemàtiques sinó altres llicenciatures. Tot plegat mostra que hi ha desajustaments importants, tant en qüestions de continguts com també de didàctica. La conclusió és que actualment la universitat no prepara professionals per fer de professors de matemàtiques. Davant d'aquesta situació, que s'allarga ja des de fa quinze anys i en la qual la universitat segueix sense reaccionar, potser cal plantejar-se si hi ha altres models per a formar professors (hi ha altres països que els tenen, i fins i tot a casa nostra tenim la formació dels professors d'educació física, que es fa en un institut especialitzat que prepara específicament per a la professió).

A partir de l'anàlisi anterior, què voldríem? Pel que fa a l'educació infantil i primària, una reforma de la formació inicial que impliqués uns estudis professionalitzadors més llargs (com a mínim de quatre anys de durada), en els quals hi hagués continguts de matemàtiques i de didàctica de les matemàtiques (ja que en no haver-hi especialistes tots hauran d'ensenyar matemàtiques) i també voldríem que hi hagués un període de pràctiques més llarg, ja que aquesta professió s'aprèn a partir de la pràctica i de la reflexió sobre la mateixa.

Pel que fa a la secundària, i per tal de situar-nos en una posició realista, caldria pensar en una especialització (possiblement un postgrau), encara que, com ja he comentat, hi ha altres models que potser serien millors però que en aquests moments serien difícils d'implantar: una especialització que preparés realment per fer de professor de secundària, amb unes pràctiques àmplies (com a mínim de tot un curs), perquè, com ja he dit, és en les pràctiques on realment s'aprèn la professió.

Voldria recordar, per tal de justificar el que he dit, que fer de professor no és solament intervenir en una aula amb uns alumnes determinats per tal que aprenguin uns continguts, sinó que hi ha molts altres aspectes que requereixen l'adquisició de coneixements més àmplis que els de la pròpia disciplina; en concret, cal que els futurs mestres i professors adquireixin una competència comunicativa molt elevada. Fins fa poc, a les facultats de ciències de l'educació no s'ensenyava expressió oral, i és paradoxal que sigui així, atès que es tracta d'una professió on saber-se expressar oralment en públic és un aspecte essencial. D'altra banda, calen competències per a gestionar un grup de classe: els professors trebalem amb grups de 25 o 30 nois i noies, i no ensenyem individualment a cadascun d'ells. Les dinàmiques dels grups, com sabeu, condicionen l'aprenentatge individual. També cal incloure coneixements del que anomenem diagnòstic i avaluació, i competències en planificació i en programació.

A més, necessitem uns professionals que vulguin continuar aprenent, que estiguin motivats per la feina i que tinguin recursos emocionals per fer front a les situacions que es trobaran, etc. Tot això mostra que la formació d'un ensenyant és molt complexa i penso que, de la mateixa manera que tothom reconeix que la formació d'un enginyer químic és diferent de la d'un químic, hem d'entendre que la formació d'un professor, en particular la d'un professor de matemàtiques, ha de ser diferent de la formació d'un matemàtic. El que jo demanaria a la universitat és que deixés d'enviar-nos matemàtics professors i ens enviés professors de matemàtiques, que és el que crec que necessitem.

Pel que fa a la formació permanent, també hi ha moltes coses a fer. Estem posant en marxa programes específics i concretament aquest curs iniciem un programa de formació específic per tal de millorar l'ensenyament de les matemàtiques; jo diria l'ensenyament de les competències matemàtiques, en un sentit ampli que traspasa els continguts estrictes d'una àrea. Les novetats d'aquest programa són, en primer lloc, que abasta tots els nivells de l'ensenyament obligatori (infantil, primària i secundària) i que tindrà un marc comú ampli, a banda d'actuacions específiques. Serà un programa que es basarà en la pràctica reflexiva (per tant, no hi haurà una formació en cascada), que partirà de l'anàlisi de bones pràctiques i de les problemàtiques dels ensenyants de matemàtiques. Entenc que és un canvi substancial en la manera d'enfocar la formació permanent.

En un altre nivell, però en un tema que es relaciona amb l'anterior, haureu observat que aquest curs, en la convocatòria de llicències d'estudis per a professors de l'ensenyament no universitari, hem posat com a tema prioritari la recerca en didàctica de les matemàtiques. Esperem que els possibles treballs que en resultin també ens ajudin a millorar.

Com a reflexió final, voldria dir que estem en uns moments de canvi, i que segurament el que cal és qüestionar-se coses. He llegit alguns dels articles que s'han publicat a SCM/Notícies per contribuir a aquest debat, i en algun d'ells es fan afirmacions que a mi em semblen totalment insuficients; per exemple, no es pot afirmar que per ensenyar matemàtiques avui n'hi ha prou amb estar apassionat per les matemàtiques. Segur que cal estar apassionat per allò que hem d'ensenyar; però un professional de la docència ha de tenir unes quantes coses més: un conjunt de competències que li permetin ser un bon professional. A vegades sembla que això, encara avui, costa d'entendre. Tanmateix, tinc confiança que hi haurà canvis que ens portaran a millorar la situació i des del Departament d'Educació estem oberts a parlar-ne amb tothom qui calgui, perquè crec que aquests canvis són necessaris i són els que demanen la majoria de les persones que treballen a l'ensenyament.

2.2. Sebastià Xambó

Parlaré primer de les accions de la Conferència de Degans, on participen els responsables de les 25 titulacions de matemàtiques que s'imparteixen a Espanya, juntament amb els directors dels departaments de matemàtiques i els presidents de les societats de matemàtiques, realitzades en els darrers mesos en relació a la formació del professorat de secundària. Per tant, donaré la visió de la Conferència i no la meua personal. En la reunió del 14 de març de 2005 a Madrid, un dels grups de treball, presidit per Joaquim Ortega, es va dedicar al tema que avui ens ocupa. En el document elaborat, i pel que fa a la secundària, es fan les consideracions següents:

- Una gran majoria del professorat, tant de secundària com de la universitat, considera que l'alumnat de secundària no adquireix les eines matemàtiques bàsiques, ni per a la seva vida quotidiana ni per al seu futur professional.
- Les sol·licituds de matrícula per a cursar estudis universitaris de matemàtiques, i de ciències i enginyeries en general, han baixat dramàticament els darrers anys. Aquest fenomen, tot i que no és exclusiu del nostre país, és molt preocupant, sobretot si es té en compte que, segons la Unió Europea, hauria d'augmentar un 15% cada any.

Com a aspectes positius, cal esmentar l'extensió i la generalització de l'ensenyament obligatori i l'enorme valor de progrés i de cohesió social que ha propiciat la reforma. També es destaca el gran avenç pel que fa a la investigació matemàtica en les últimes dècades i la gran vitalitat de les associacions de professors de matemàtiques, així com l'impuls de les societats matemàtiques en general.

Algunes de les causes de la situació actual són:

- L'insuficient nombre d'hores de dedicació a les matemàtiques, tant a primària com a secundària.

- La poca valoració de l'esforç personal dels alumnes, que afecta especialment aquelles matèries de caràcter sistemàtic, com les matemàtiques, on aquest esforç és especialment rellevant.
- La valoració social de les matemàtiques, que no es correspon amb la seva importància com a llenguatge de la ciència i en la formació completa de les persones.
- La necessitat de millorar, en alguns casos, la formació del professorat. No està garantida una formació matemàtica suficient a tots els nivells.
- El cultiu de l'excel·lència en l'ensenyament de les matemàtiques és quelcom necessari i el sistema hauria d'organitzar-se de manera que fos compatible amb l'atenció als alumnes més aventatjats.
- Cal avançar en el desenvolupament de la divulgació científica i molt especialment de la divulgació matemàtica.

En el mateix document es fan un seguit de suggeriments, entre els quals destacaria la necessitat de fer un diagnòstic global de la situació actual i de proporcionar solucions constructives, possiblement per una comissió d'experts independents. Finalment, es posa tot el potencial de la Conferència a disposició dels responsables educatius per tal de contribuir a millorar la situació, i en particular es reclama la participació en la reforma dels plans d'estudis universitaris en marxa i en els processos de disseny de la formació inicial i continuada dels professors de primària i de secundària.

També es va analitzar en detall la formació inicial del professorat de secundària, i consideràvem que la Conferència de Degans hauria de ser consultada en el moment de dissenyar el títol d'especialització didàctica o el màster professional que pugui substituir-lo. Creiem que en aquesta formació s'haurien d'incloure molts coneixements relacionats amb les matemàtiques que garanteixin la capacitat adequada dels futurs professors de secundària, que haurien de ser completats amb els recursos didàctics, metodològics i de pràctiques necessaris.

Tota aquesta documentació va ser enviada a les autoritats i, en particular, a la ministra d'Educació i Ciència i a les conselleries de les comunitats autònomes, demanant que fos tinguda en compte per a millorar la situació de l'ensenyament de les matemàtiques a Espanya.

A nivell personal, voldria comentar alguns punts d'un escrit que vaig enviar al diari El País, i que no fou publicat, com a rèplica a un altre que va aparèixer en aquest diari escrit per un grup d'experts en didàctica de les matemàtiques, el nom dels quals no constava. Tot i que coincidim en el diagnòstic dels problemes, no puc dir el mateix quan es tracta de proposar possibles solucions als mateixos. Per exemple, l'escrit d'El País deia que els futurs ensenyants de matemàtiques haurien de cursar un grau de matemàtiques amb un itinerari que contemplés la didàctica de forma nuclear, seguit d'un màster en didàctica de les matemàtiques.

En el meu escrit recordava el següent: s'ha d'admetre que no tothom que sap una matèria és capaç d'ensenyar-la adequadament; però és indubtable que, per ensenyar-la bé, el primer requisit és que es domini la matèria, de la forma que decidim que significa la paraula *domini*. Ara bé, el nus de la qüestió és que aquest coneixement de la matèria és irreductible a altres coneixements, i en particular la didàctica no pot substituir ni proporcionar els coneixements matemàtics pertinents. Per tant, qualsevol proposta que no procuri un coneixement adequat de la matèria, enriquit amb els recursos didàctics i metodològics que calgui, em sembla infundada. Fins i tot, l'ús de les tecnologies informàtiques i de les comunicacions, que ben administrades poden afavorir molt l'aprenentatge, resulta irrellevant o desenfocat si no va guiats per coneixements sòlids de la matèria a ensenyar.

2.3. Montserrat Torra

Parlaré principalment de la formació permanent dels mestres, que és la que conec millor. Tant a l'educació infantil com a primària hi ha força gent en els cursos. Els mestres esperen, d'una banda, posar-se al dia –cosa que no va mai malament i tothom pot completar la seva formació en aquest terreny–, i de l'altra, adquirir recursos. Aquests s'esperen amb la intenció de portar-los a la pràctica, renovant els que s'utilitzen i per tal d'anar construint, poc a poc, un banc de recursos que permeti avançar.

La realitat, però, és molt tossuda, i trencar les inèrcies d'anys de fer les coses d'una determinada manera costa molt. Els bons propòsits, llevat d'honroses excepcions, es desinflen aviat i es torna a la rutina de sempre. I és que costa molt més canviar de manera de fer que de manera de pensar. Encara que es vegi clar el canvi que es vol fer, costa molt canviar les maneres de dur-ho a la pràctica.

Sovint, les propostes que es presenten en els cursos porten incorporat als continguts un canvi profund en la manera d'ensenyar i de gestionar la classe. Es proposa, per exemple, deixar de fer explicacions i de donar les coses resoltes com a forma habitual d'intervenció, i en lloc d'això intervenir fent preguntes, animant tothom a participar, complementant-ho amb més preguntes per tal de dirigir el raonament cap a on el volem portar. Retornar les preguntes al grup en lloc de simplement contestar-les... Això no és gens fàcil, i a qui ho prova se li plantegen moltes qüestions: Quina pregunta faig? Totes les preguntes serveixen igual? Totes donen el mateix joc? Com ho faig per encarrilar el diàleg cap a la construcció de coneixement? Etc.

Amb molta facilitat, quan no s'hi està acostumat, això provoca inseguretat i sovint amb la inseguretat es descontrola la classe. De manera que és molt normal que, si un mestre ho intenta sol, es desanimi i ho deixi córrer o rebaixi els plantejaments. Tanmateix, si volem que els nens i les nenes aprenguin unes matemàtiques que puguin utilitzar, és absolutament necessari fer aquests canvis i aconseguir que els alumnes

- tinguin una autonomia de pensament real, que els permeti usar els coneixements que tenen amb eficàcia i que els permeti buscar estratègies per a resoldre les situacions que es plantegin en contextos reals;
- es puguin valer de recursos com ara la manipulació o la representació per ajudar-se a resoldre problemes;
- puguin treballar amb els altres de manera interactiva, aprofitant l'intercanvi per contrastar i complementar les pròpies idees i solucions;
- sàpiguen parlar de matemàtiques, usar el llenguatge per transmetre els seus punts de vista i per fixar els coneixements. Aquí és on molt sovint fallen fins i tot nens i nenes que no tenen problemes amb els continguts.

Si volem aconseguir canvis reals, aquests canvis s'han d'acompanyar: s'han de fer accions formatives que col·loquin el mestre en una situació en la qual

- pugui treballar partint de la seva experiència real;
- tingui autonomia per decidir què és el que vol canviar o el que es veu amb cor de canviar;
- no se senti dirigit cap a on el volen portar, sinó que se senti lliure de dissenyar el seu propi camí de canvi;
- ho pugui fer en grup, intercanviant punts de vista, plantejant problemes, buscant solucions i trobant suport per a mantenir-se en el propòsit de canvi;
- aquesta acció formativa li representi un motor d'aprenentatge i de creixement professional.

No aconseguirem canvis només amb canvis legislatius: encara que hi hagi un nou currículum, si els mestres i les mestres no han fet aquest camí, no el podran dur a la pràctica.

Andy Hargraves, del Centre Internacional per al Canvi Educatiu d'Ontàrio (Canadà), diu, referint-se als governs que pensen que les coses canvien si ells canvien les lleis o els currículums:

«Senyors, encara que vostès legislin,

- si el professor no ho pot fer, no es pot fer;
- si el professor no sap com fer-ho, o a l'hora de la veritat no se sent segur fent-ho, no es pot fer;
- si el professor no està disposat a fer-ho, no es pot fer;
- i finalment, si el professor ha de fer massa coses, no les farà bé. »

Les consideracions anteriors defineixen un front pel que fa a la formació. L'altre front estaria en la relació entre la universitat i l'escola.

Hi ha mestres que estan treballant molt a fons i en temes de gruix en l'aprenentatge de la matemàtica (com la numeració posicional i totes les dificultats que comporta, la visualització en geometria o la resolució de problemes), però que no tenen una xarxa per discutir-ho ni per validar les observacions que fan. Són situacions que podrien ser un bon punt de partida per a treballs de recerca a la universitat. Per això caldria establir col·laboracions que haurien de tenir dues funcions:

- Donar suport tècnic tant en la vessant de continguts com en la de formes d'intervenció.
- Generar coneixement teòric ben fonamentat i alhora ben ancorat en la realitat, que permeti engruixir les aportacions de les universitats a les ciències de l'educació i es puguin incorporar al circuit de formació inicial i continuada.

Estem en un moment de preocupació pels resultats de l'aprenentatge de la matemàtica: les proves PISA i les de competències bàsiques han contribuït a fer veure la necessitat de canviar la manera de treballar les matemàtiques. Ja és hora que la universitat i l'escola facin front comú en aquest canvi.

2.4. Josep Gascón

Com que tinc poc temps, he seleccionat per a la meva exposició tres de les idees que figuren en el text que juntament amb Marianna Bosch vam preparar per al debat sobre la formació del professorat i que s'ha publicat a la revista SCM/Notícies, al qual em remeto. En la meva intervenció em situaré en la posició d'un investigador en didàctica de les matemàtiques, de manera que intentaré delimitar quin és, al meu entendre, el problema que volem resoldre.

La primera de les idees que vull exposar és que, des del punt de vista de la didàctica de les matemàtiques, la formació del professorat de matemàtiques és un problema obert. Moltes vegades parlem de la formació docent com si hi hagués un acord a dins de la comunitat sobre el que això significa, i crec que no és cert. Penso que, en aquest moment, el procés de formació d'un professor de matemàtiques s'ha d'entendre com una dialèctica entre el plantejament de qüestions i la construcció de respostes, més que no pas com la transmissió de respostes prèviament establertes. També crec (i tampoc no em sembla que en aquest punt hi hagi acord) que aquesta dialèctica només té sentit en l'àmbit d'una teoria didàctica que ha de ser explícita per a la comunitat de formadors, ja que en cas contrari no tenim criteris per poder avaluar ni la pertinència de les preguntes ni la validesa de les respostes.

En el cas de l'ensenyament de les matemàtiques, penso que aquesta dialèctica entre preguntes i respostes ha deixat d'existir, fins al punt que crec que avui es produeix una veneració de les respostes que ensenyem per part dels professors en tant que membres d'una institució. Però també dels

llibres de text, que porten a ensenyar aquestes respostes com a monuments històrics als quals no sabem donar cap altre sentit. Aquest monumentalisme és encara més greu en el cas de la formació del professorat de matemàtiques, ja que les preguntes no han estat mai ben formulades, o almenys no hi ha acord sobre elles, i les respostes a la problemàtica docent estan en construcció.

Diem que el problema de la formació del professorat és obert com a problema d'investigació, perquè l'important no és tant aconseguir que els professors s'apunten a cursos de formació com saber quin tipus de formació se'ls ha de donar. Perquè hi ha un mite, que ingènuament acceptem, segons el qual, quan es necessita una resposta, aquesta es troba en algun lloc. Això, històricament, no és així, i en aquest moment les respostes encara no les tenim, la qual cosa no vol dir que no tinguem algunes respostes parcials que poden ser útils en un procés de formació.

La segona idea que vull subratllar és que la formació clàssica del professorat de matemàtiques està escindida, en el sentit de separar una formació matemàtica i una formació docent, que normalment és bastant generalista, com si es tractés de dos dominis totalment diferents. Aquesta escissió té relació amb la pèrdua d'identitat del professorat de matemàtiques. Això provoca una separació entre fer matemàtiques i ensenyar matemàtiques. El futur professor rep una formació matemàtica poc orientada a les necessitats matemàtiques de l'ensenyament i després se l'enfronta a un conjunt de sabers psicopedagògics desconectats entre ells, i encara se li demana que sigui ell qui faci l'esforç d'integrar-los i aplicar-los a l'ensenyament de la seva disciplina. Tot això es basa en una ideologia dominant, que anomeno *generalisme pedagògic*, que està trencant els lligams del professor de matemàtiques amb la seva comunitat d'origen, que és la comunitat matemàtica. Crec que això està provocant la pèrdua progressiva de la identitat professional dels professors de matemàtiques de secundària.

El tercer punt que vull exposar és el paper de la didàctica de les matemàtiques i de la comunitat matemàtica en aquest procés. La didàctica de les matemàtiques, en contraposició amb la ideologia generalista, es constitueix com a disciplina científica per fer-se càrrec de manera integrada del fer i de l'ensenyar matemàtiques, i aquesta és la seva raó de ser.

De quina manera pot fer-se això per tal de tractar la problemàtica docent del professor de matemàtiques? És difícil sintetitzar-ho, però el nucli d'un possible curs integrat de formació didàctico-matemàtica s'ha de situar en una posició intermèdia entre el que són qüestions generals (per exemple, la motivació, la multidisciplinarietat o la diversitat a l'aula), que poden tractar-se tenint o no en compte les matemàtiques, i qüestions específiques sobre temes puntuals (per exemple, introduir una determinada noció o un tema). Pel que fa a les qüestions intermèdies, es refereixen tant a la matemàtica escolar com un tot com a les diferents àrees en què es divideix la matemàtica escolar (aritmètica, geometria, àlgebra, etc.). En aquest nivell hi ha, per exemple, el problema curricular, que s'hauria de plantejar intentant respondre a la pregunta de quines qüestions no poden estar absents de l'escolaritat obligatòria i quines nocions són necessàries per tal d'introduir els processos de matematització (per exemple, la noció de magnitud; o la relació entre l'aritmètica, l'àlgebra i el càlcul; o també com integrar la geometria sintètica i l'analítica).

Per acabar, voldria dir que aquesta problemàtica docent té un component irreductiblement matemàtic, però malauradament la comunitat matemàtica nuclear s'ha desentès tradicionalment de la formació dels professors. Si ningú no hi posa remei, ens encaminen una vegada més cap a una formació inicial generalista. L'única opció és que la comunitat matemàtica extensa assumeixi com a pròpia la responsabilitat d'aquesta formació. Només així els futurs professors podran integrar el fer i l'ensenyar matemàtiques, al temps que la pròpia comunitat matemàtica compleix la funció científica i social que té encomanada.

2.5. Pilar Figueras

Quan se'm va demanar de participar a la taula rodona, la meua primera reacció va ser declinar la invitació, ja que de la formació del professorat se'n parla molt i des de fa molts anys, però s'avança molt poc. Finalment, però, vaig acceptar de participar-hi, pensant que potser podria aportar unes quantes coses concretes, fruit de les reflexions basades en la meua experiència i en la meua participació tant en la formació inicial com a tutora de pràctiques i també com a professora (impartint cursos en el CAP i en el CQP) com en la formació permanent en diferents cursos de formació.

Com que intervinc en darrer lloc, resulta que moltes de les coses que volia exposar ja s'han dit i per tant no les repetiré. Per aquest motiu, les meves consideracions es centraran en qüestions concretes, moltes de les quals crec que ja es podrien posar en marxa ara mateix, sense haver d'esperar els canvis legislatius.

La formació inicial em sembla fonamental, i la necessitat de la seva reforma i millora, evident. Entenc que, si un professor inicia el seu treball amb una bona formació prèvia, és molt possible que vulgui i vegi la necessitat de seguir formant-se, mentre que si comença a fer de professor sense haver tingut una formació inicial bona i específica, és molt difícil que vegi la necessitat de formar-se i de canviar moltes coses. El canvi en el professorat és necessari, però si no aconseguim que els professors vulguin canviar, serà totalment inviable.

En concret, voldria plantejar tres punts sobre la formació inicial del professorat de secundària:

1. Una de les coses que em sobta quan tinc estudiants del CAP o del CQP en pràctiques –cosa que succeeix cada any– i els demano que m'ajudin a preparar experiències, és la por i en general el poc coneixement de les eines i dels recursos tecnològics actuals. Em sorprèn que els costi tant d'utilitzar-los i crec que això s'hauria d'esmenar a partir d'una formació inicial específica que els permetés dominar aquestes eines més que els professors en exercici, molts dels quals els

hem hagut d'aprendre a usar recentment i després de molts anys de fer d'ensenyants.

2. No entenc com és que encara no s'ha tancat definitivament el CAP, i no sé si el Departament d'Educació podria fer alguna cosa per tal que s'anulés ja l'any vinent i substituir-lo pel CQP que, pel que conec, és una formació molt més completa, però que no acaba d'arrencar per la coexistència amb el CAP. Si, des de fa anys, tothom coincideix en el diagnòstic i s'està d'acord que el que cal és canviar la formació inicial del professorat de secundària, com pot ser que encara no s'hagi produït aquest canvi?
3. Pel que fa a la nova formació (el CQP o com es digui), crec que hi ha una característica que és essencial: l'experimentació ha d'anar en paral·lel amb l'anàlisi i la reflexió. La teoria primer i la pràctica després, no funciona. Els alumnes han de poder experimentar allò que se'ls proposa i reflexionar sobre la seva validesa. A més, han de poder fer aquesta experimentació en una aula amb un professor que realment innovi. No té cap sentit que vegin classes com les que ells van viure com a alumnes fa deu anys. Tampoc no té massa sentit, per a mi, que les persones que fan les pràctiques hagin de preparar aquestes pràctiques i fer de professors en un tema. Com poden fer-ho, si no en saben? Han d'observar, participar i col·laborar en moltes classes portades per professors experts, que hagin demostrat al llarg de la seva trajectòria una capacitat per realitzar innovacions a les seves aules.

Respecte a la formació permanent, em faig les preguntes següents: on?, com?, qui?

Pel que fa a l'on, crec que la formació s'ha de fer en els propis centres, a les pròpies zones. Serveix de poc fer cursos al vespre amb temàtiques que no estan directament relacionades amb el que es fa a les aules. Els formadors han d'estar en contacte amb els professors que estan cada dia fent classe i, tal com ja he dit en la formació inicial, s'ha d'experimentar i en paral·lel analitzar i reflexionar sobre les experiències a mesura que aquestes es van

realitzant. No es pot proposar una experiència per fer a l'aula i després no fer-ne un seguiment que serveixi de suport als professors que realitzen aquella innovació. Crec que aquells cursos on s'ha seguit aquest procés i, a més de realitzar experiències a l'aula, aquestes s'han pogut avaluar, són els que serveixen perquè alguns professors canviïn la seva manera de treballar les matemàtiques a l'aula.

Voldria demanar a l'administració educativa, que està preparant un pla de formació permanent per als professors de matemàtiques, que tingui en compte les característiques sobre la formació que acabo d'exposar i també que intenti minimitzar la burocràcia: a vegades cal omplir massa papers i això pot arribar a matar-ho tot.



D'esquerra a dreta: Josep Gascón, Pilar Figueras, Jordi Deulofeu, Joan Badia, Montserrat Torra i Sebastià Xambó

